

فصل دوم

تبدیل انرژی الکترومکانیکی

مقدمه

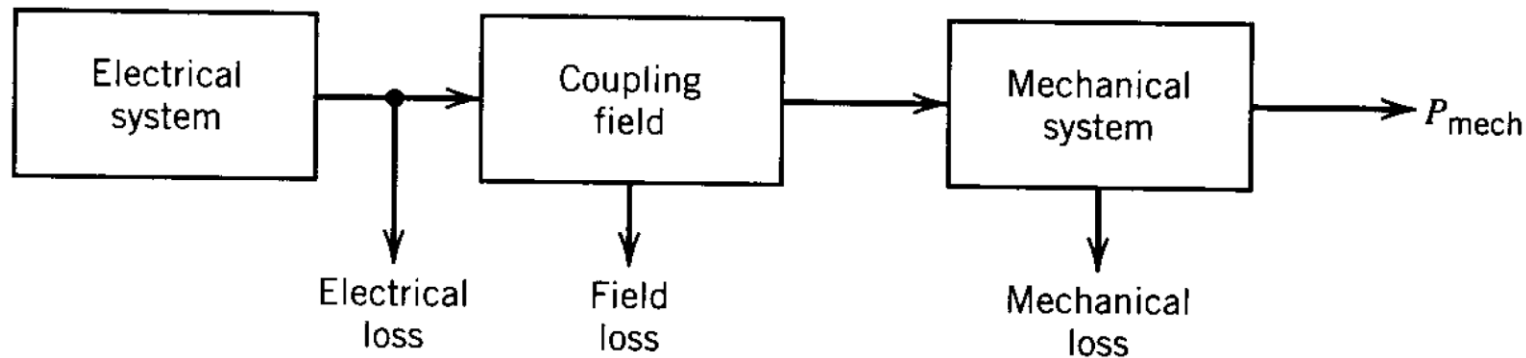
- ✓ بسیاری از لوازم می توانند انرژی الکتریکی را به مکانیکی و بالعکس تبدیل نمایند. به این لوازم، **مبدل های انرژی الکترومکانیکی** اطلاق می ود.
- ✓ برخی از مبدل ها، حرکت دورانی داشته (موتورها و ژنراتورها) و برخی دیگر، حرکت انتقالی یا خطی دارند (رله ها، محرک ها و ...)
- ✓ موتورهای انرژی الکتریکی را به مکانیکی و ژنراتورها انرژی مکانیکی را به الکتریکی تبدیل می کنند.
- ✓ در این فصل، اصول مربوط به پیدایش نیرو در مبدل های الکترومکانیکی مورد بحث قرار می گیرد.
- ✓ البته مبدل هایی مدنظر است که در آنها میدان مغناطیسی محیط، زمینه تبدیل انرژی را فراهم می سازد .
- ✓ تمرکز ما بیشتر بر روی آن دسته از مبدل هایی است که انرژی الکتریکی را به مکانیکی تبدیل می کنند.

۳-۱- فرایند تبدیل انرژی

- ✓ برای ارزیابی نیرو یا گشتاور در مبدل های الکترومکانیکی، روش های گوناگونی وجود دارد. ما در اینجا از روش **اصل بقای انرژی** استفاده می کنیم.
- ✓ طبق این اصل: **انرژی به خودی خود بوجود نمی آید و به خودی خود از بین نمی رود.** بلکه همواره تغییر شکل می دهد.
- ✓ مبدل های انرژی الکترومکانیکی عموماً از سه قسمت تشکیل شده اند:
 1. سیستم الکتریکی
 2. سیستم مکانیکی
 3. میدان مغناطیسی رابط یا میدان پیوند دهنده

۳-۱- فرایند تبدیل انرژی

✓ شکل زیر، یک مبدل انرژی الکترومکانیکی را نشان می دهد که شامل سه قسمت بیان شده در اسلاید قبل می باشد:



✓ رابطه تبدیل انرژی برای سیستم فوق به قرار زیر است:

$$\begin{array}{l} \text{Electrical} \\ \text{energy input} \\ \text{from source} \end{array} = \begin{array}{l} \text{mechanical} \\ \text{energy output} \end{array} + \begin{array}{l} \text{increase} \\ \text{in stored} \\ \text{energy in} \\ \text{coupling} \\ \text{field} \end{array} + \begin{array}{l} \text{energy} \\ \text{losses} \end{array}$$

۳-۱- فرایند تبدیل انرژی

✓ تلفات انرژی در رابطه فوق، به قرار زیر است:

1. **تلفات مربوط به انرژی الکتریکی:** که مربوط به جریان عبوری از سیم پیچ های مبدل می باشد و در حقیقت همان RI^2 سیستم است. به این تلفات، تلفات اهمی یا مسی گفته می شود.

2. **تلفات مربوط به میدان مغناطیسی:** که همان تلفات هسته در مبدل بوده و این تلفات بخاطر تغییر میدان مغناطیسی در هسته پدید می آید.

3. **تلفات مکانیکی:** که شامل تلفات ناشی از اصطکاک و تهویه بوده و بخاطر عناصر متحرک در مبدل حاصل می شوند.

✓ **تذکر:** تمام تلفات فوق الذکر، به انرژی حرارتی تبدیل شده و به هدر می رود.

۳-۱- فرایند تبدیل انرژی

✓ بنابراین رابطه تبدیل انرژی را می توان بصورت زیر نیز نوشت:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Electrical} & = & \text{mechanical} & + & \text{increase} & + & \text{energy} \\ \text{energy input} & & \text{energy output} & & \text{in stored} & & \text{losses} \\ \text{from source} & & & & \text{energy in} & & \\ & & & & \text{coupling} & & \\ & & & & \text{field} & & \end{array}$$



$$\begin{array}{ccccccc} \text{Electrical energy} & = & \text{mechanical energy} & + & \text{increase in stored} \\ \text{input from source} & & \text{output + friction} & & \text{field energy +} \\ \text{- resistance loss} & & \text{and windage loss} & & \text{core loss} \end{array}$$

۳-۱- فرایند تبدیل انرژی

✓ حال فاصله زمانی جزئی (دیفرانسیلی) dt را در نظر گرفته و رابطه زیر را در این فاصله زمانی بصورت دیفرانسیلی می نویسیم:

$$\begin{aligned} \text{Electrical energy} &= \text{mechanical energy} + \text{increase in stored} \\ \text{input from source} &\quad \text{output} + \text{friction} \quad \text{field energy} + \\ - \text{resistance loss} &\quad \text{and windage loss} \quad \text{core loss} \end{aligned}$$



$$dW_e = dW_m + dW_f$$

افزایش جزئی انرژی الکتریکی خالص ورودی به سیستم.
در واقع dW_e ، برابر است با: تفاضل کل انرژی ورودی و تلفات RI^2 در فاصله زمانی dt .

افزایش جزئی انرژی مکانیکی ناشی از تبدیل انرژی.
این انرژی می تواند از سه نوع زیر باشد:
۱- انرژی مکانیکی کاملاً مفید
۲- انرژی مکانیکی کاملاً غیرمفید مانند تلفات مکانیکی
۳- مجموعه ای از انرژی مکانیکی مفید و غیر مفید

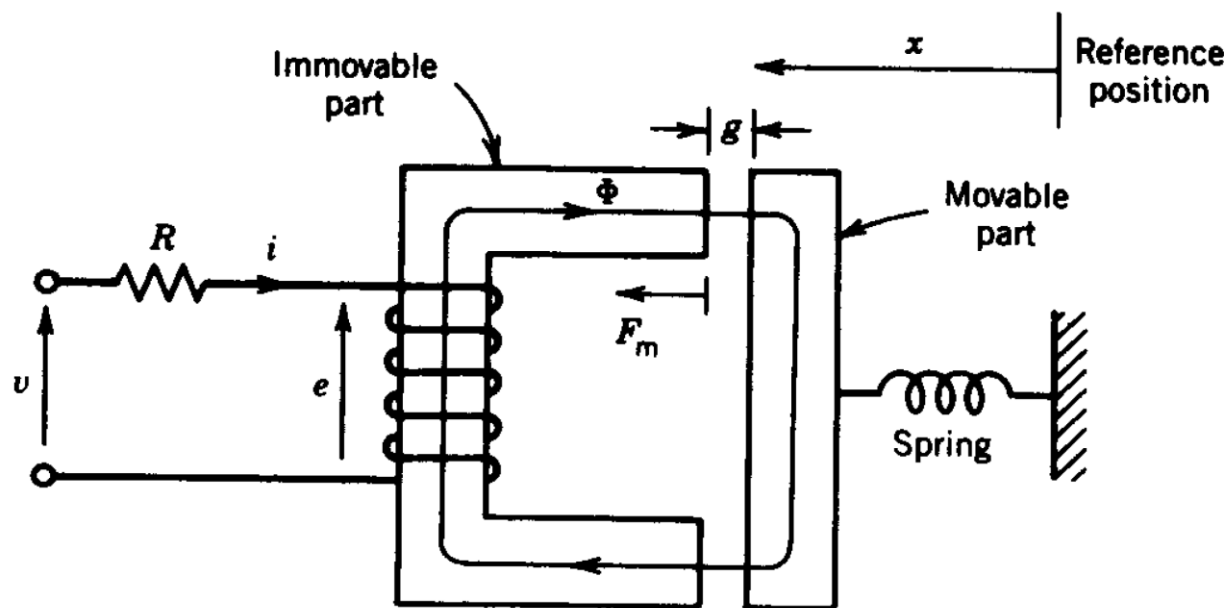
افزایش جزئی انرژی مربوط به میدان مغناطیسی.
این انرژی می تواند از سه نوع زیر باشد:
۱- انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی
۲- انرژی هدر رفته بصورت تلفات هسته
۳- مجموعه ای از انرژی ذخیره شده در میدان و تلفات

۳-۱- فرایند تبدیل انرژی

- ✓ معمولاً تلفات هسته در مبدل ها ناچیز است. لذا، dW_f را تنها مربوط به انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی در نظر می گیریم.
- ✓ اگر تلفات مکانیکی نیز ناچیز باشد (اصطکاک و تهویه)، لذا dW_m را کل انرژی مکانیکی خروجی در نظر می گیریم.
- ✓ **تذکر:** حتی اگر تلفات هسته و مکانیکی قابل صرف نظر کردن نباشند، می توان به آنها بطور جداگانه برخورد کرد.
- ✓ بعبارت دیگر، این گونه تلفات در فرایند تبدیل انرژی نقش و مشارکتی ندارند.

۳-۲- انرژی میدان مغناطیسی

- ✓ یک سیستم الکترومکانیکی مانند شکل زیر را در نظر بگیرید (یک سیستم تک تحرکه با حرکت خطی).
- ✓ فرض بر آن است که قسمت متحرک، توسط فنر در حالت تعادل ایستا (سکون) قرار دارد و طول شکاف هوایی (g) ثابت باشد.
- ✓ فرض کنید جریان سیم پیچ از صفر تا i افزایش یابد. در نتیجه شار مغناطیسی در سیستم شکل می گیرد.
- ✓ چون قسمت متحرک در حال سکون فرض شده است، لذا:



$$dW_m = 0$$

✓ از طرفی می دانیم:

$$dW_e = dW_m + dW_f$$



$$dW_e = dW_f$$

۳-۲- انرژی میدان مغناطیسی

✓ اگر از تلفات هسته صرف نظر شود، کل انرژی جزئی الکتریکی (دیفرانسیلی) ورودی، بصورت انرژی جزئی (دیفرانسیلی) در میدان مغناطیسی ذخیره می شود.

✓ می دانیم:

$$e = \frac{d\lambda}{dt} \quad \& \quad dW_e = ei \, dt$$

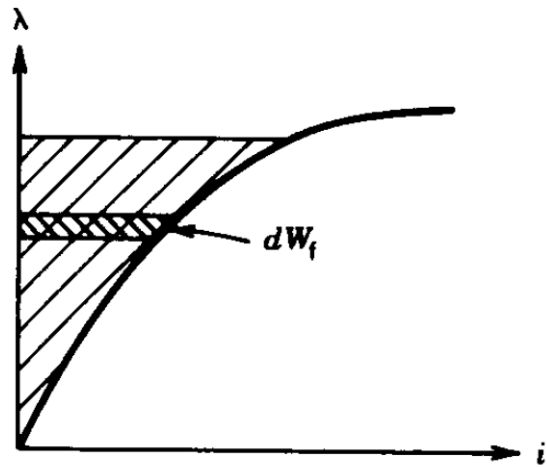
✓ از طرفی ملاحظه کردیم که:

$$dW_e = dW_f \quad \Rightarrow \quad dW_f = i \, d\lambda$$

✓ یادآوری: λ عبارتست از شار دور یا شار پیوندی که از حاصل ضرب شار (φ) و تعداد دور سیم پیچ (N) حاصل می شود.

۳-۲- انرژی میدان مغناطیسی

✓ یادآوری ۲: شکل زیر تغییرات λ بر حسب i را برای یک سیستم مغناطیسی تحت شکاف هوایی مفروض نشان می دهد.



✓ با توجه به شکل، انرژی جزئی ذخیره شده در میدان مغناطیسی (dW_f) بصورت سطح نواری با هاشورهای متقاطع نشان داده شده و قابل محاسبه است.

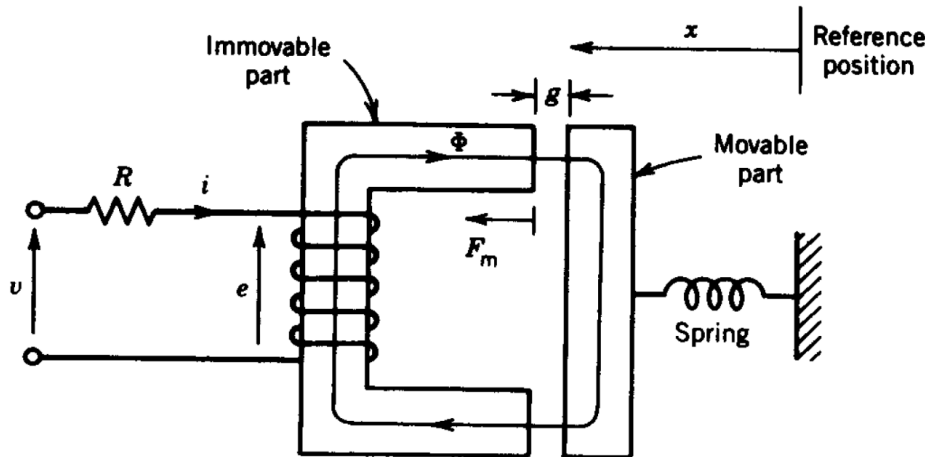
✓ هرگاه شار دور یا شار پیوندی از 0 تا λ افزایش یابد، انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی این چنین بدست می آید:

$$dW_f = i d\lambda \quad \Rightarrow \quad W_f = \int_0^\lambda i d\lambda$$

✓ انتگرال فوق، مبین سطح هاشور خورده در شکل فوق است. به شکل فوق، **مشخصه $i - \lambda$** نیز گفته می شود.

۳-۲- انرژی میدان مغناطیسی

✓ اکنون می خواهیم چند رابطه مهم در رابطه با انرژی مغناطیسی را مطرح نماییم. برای این کار یادمان هست که برای مدار مغناطیسی نشان داده شده در زیر، روابط زیر را داریم:



$$Ni = H_c l_c + H_g l_g$$

$$\lambda = N\Phi = NAB$$

✓ همچنین ملاحظه کردیم که انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی

$$W_f = \int_0^\lambda i d\lambda$$

برابر است با:

$$W_f = \int \frac{H_c l_c + H_g l_g}{N} NA dB$$

✓ در نتیجه:

۲-۳- انرژی میدان مغناطیسی

✓ برای شکاف هوایی داریم:

✓ در نتیجه انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی برابر است با:

$$W_f = \int \frac{H_c l_c + H_g l_g}{N} NA dB \quad H_g = \frac{B}{\mu_0}$$

$$W_f = \int \left(H_c l_c + \frac{B}{\mu_0} l_g \right) A dB$$

$$= \int \left(H_c dB A l_c + \frac{B}{\mu_0} dB l_g A \right)$$

مساحت بین منحنی B-H و محور B ها

$$= \boxed{\int H_c dB} \times \text{volume of magnetic material} + \frac{B^2}{2\mu_0} \times \text{volume of air gap}$$

$$= w_{fc} \times V_c + w_{fg} \times V_g$$

$$= W_{fc} + W_{fg}$$

چگالی انرژی در
ماده مغناطیسی

چگالی انرژی در
شکاف هوایی

انرژی در
ماده مغناطیسی

انرژی در
شکاف هوایی

۳-۲- انرژی میدان مغناطیسی

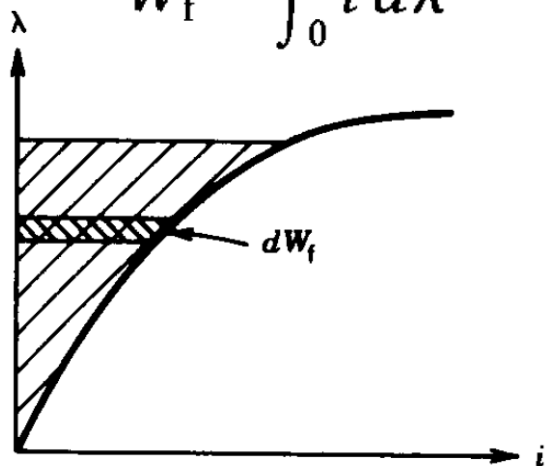
✓ نکته ۱: غالباً انرژی ذخیره شده در میدان شکاف هوایی (W_{fg}) بمراتب از انرژی ذخیره شده در هسته (W_{fc}) بیشتر است. لذا در اکثر مواقع از W_{fc} صرفنظر می شود.

✓ نکته ۲: برای یک هسته مغناطیسی خطی داریم:

$$H_c = \frac{B_c}{\mu_c} \Rightarrow w_{fc} = \int \frac{B_c}{\mu_c} dB_c = \frac{B_c^2}{2\mu_c}$$

✓ جمع بندی: در حالت کلی انرژی مربوط به میدان مغناطیسی در سیستم بیان شده، توسط روابط زیر قابل محاسبه است:

$$W_f = \int_0^\lambda i d\lambda$$



$$W_f = w_{fc} \times V_c + w_{fg} \times V_g$$

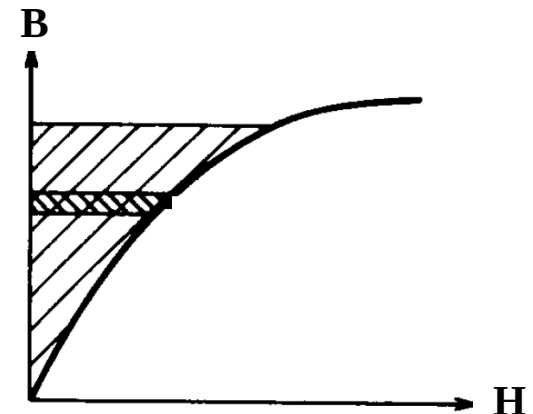
۱- هسته غیر خطی

$$\int H_c dB$$

۲- هسته خطی

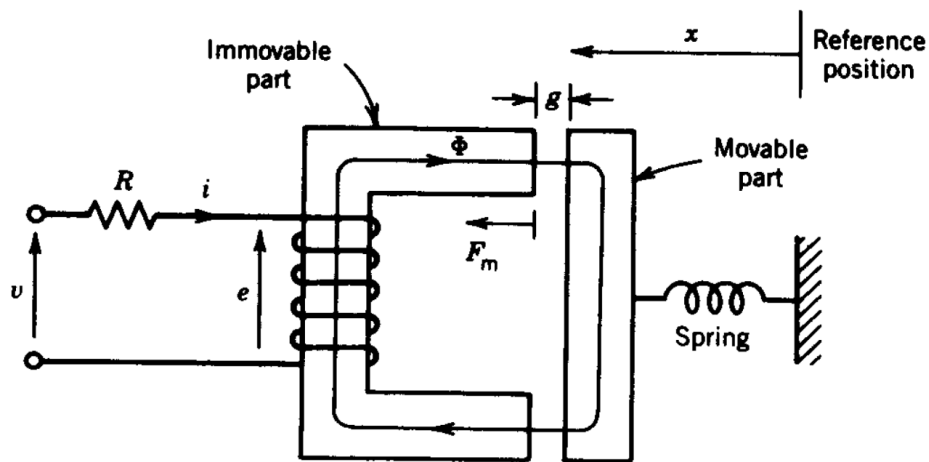
$$\frac{B_c^2}{2\mu_c}$$

$$\frac{B^2}{2\mu_0}$$

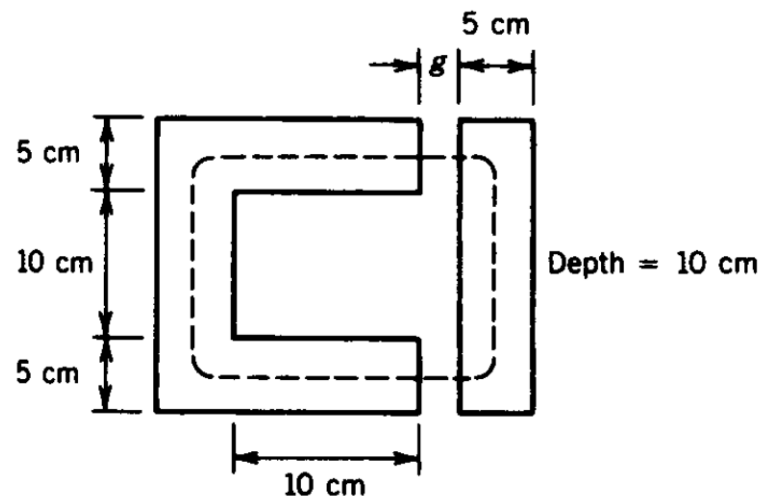


۳-۲- انرژی میدان مغناطیسی

مثال: ابعاد سیستم شکل (۱) در شکل (۲) نشان داده شده است. هسته از جنس فولاد ریخته گری (cast steel) و منحنی B-H آن مطابق شکل (۳) است. سیم پیچ دارای ۲۵۰ دور بوده و مقاومت الکتریکی آن برابر با ۵ اهم است. طول شکاف هوایی ثابت و برابر با ۵ میلیمتر است. اگر به سیم پیچ یک منبع ولتاژ DC وصل شده و چگالی شار مغناطیسی 1 T در شکاف هوایی ایجاد کند، با فرض ثابت بودن قسمت متحرک، مطلوبست: (الف) ولتاژ منبع DC (ب) انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی

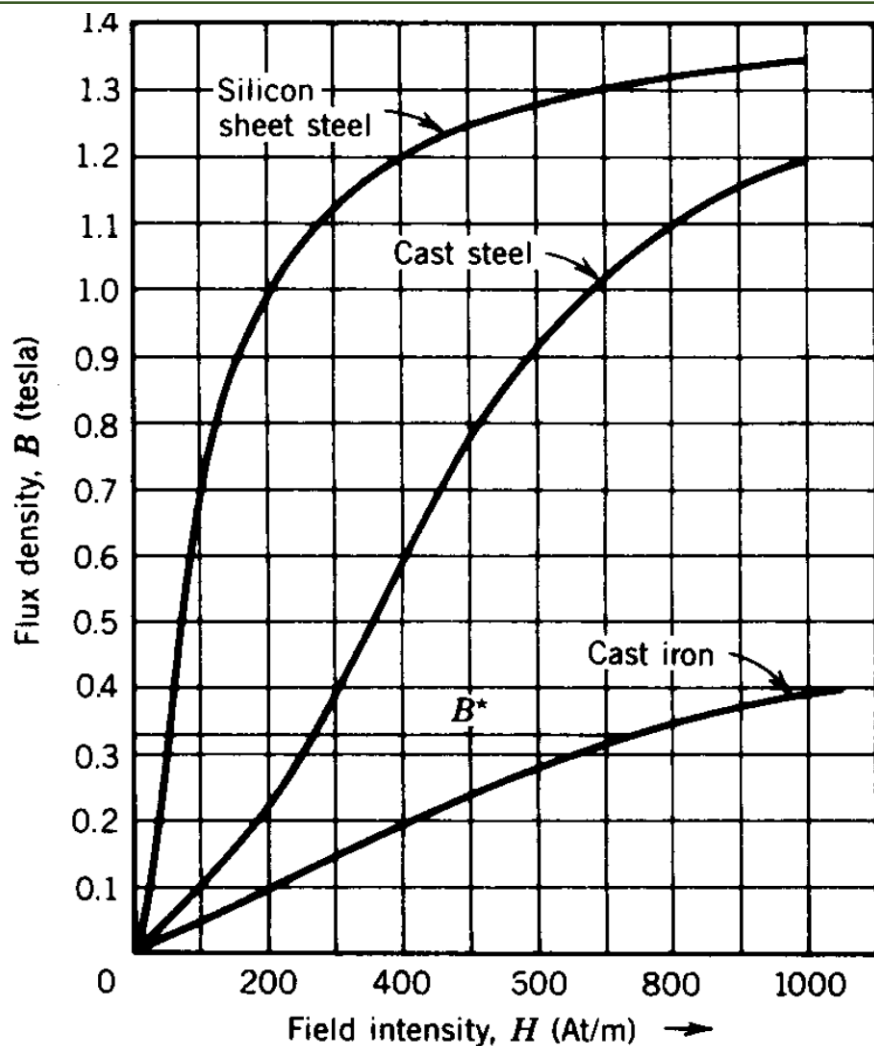


شکل (۱)



شکل (۲)

۳-۲- انرژی میدان مغناطیسی



شکل (۳)

۳-۲- انرژی میدان مغناطیسی

پاسخ: الف) شار در تمام قسمت های سیستم ثابت است (چون با هم سری هستند)

با توجه به یکسان بودن سطح مقطع در تمام سیستم، چگالی شار نیز در تمام سیستم ثابت است. پس: $B_a = B_c = 1 \text{ T}$

با توجه به منحنی مغناطیس شوندهگی هسته داریم:

$$B_c = 1 \text{ T} \quad \Rightarrow \quad H_c = 670 \text{ At/m}$$

طول متوسط هسته مغناطیسی برابر است با:

$$l_c \simeq 2(10 + 5) + 2(10 + 5) \text{ cm} = 60 \text{ cm}$$

$$H_g = \frac{B_g}{\mu_0} = \frac{1.0}{4\pi 10^{-7}} \text{ At/m} = 795.8 \times 10^3 \text{ At/m}$$

برای شکاف هوایی داریم:

$$Ni = 670 \times 0.6 + 795.8 \times 10^3 \times 2 \times 5 \times 10^{-3} \text{ At}$$

طبق قانون آمپر (KVL مغناطیسی):

$$\Rightarrow i = 33.44 \text{ A} \quad \Rightarrow V_{dc} = 33.44 \times 5 = 167.2 \text{ V}$$

۳-۲- انرژی میدان مغناطیسی

پاسخ (ادامه...): ب) چگالی انرژی در هسته برابر است با:

$$w_{fc} = \int_0^{1.0} H dB$$

این چگالی انرژی توسط سطح زیر منحنی $B - H$ محصور بین منحنی و محور B مشخص می شود.

این سطح تقریب برابر است با:

$$w_{fc} \simeq \frac{1}{2} \times 1 \times 670 = 335 \text{ J/m}^3$$

حجم هسته برابر است با:

$$V_c = 2(0.05 \times 0.10 \times 0.20) + 2(0.05 \times 0.10 \times 0.10) = 0.003 \text{ m}^3$$

پس انرژی ذخیره شده در هسته بقرار زیر است:

$$\begin{aligned} W_{fc} &= 335 \times 0.003 \text{ J} \\ &= 1.005 \text{ J} \end{aligned}$$

۳-۲- انرژی میدان مغناطیسی

پاسخ (ادامه...): چگالی انرژی در شکاف هوایی برابر است با:

$$w_{fg} = \frac{1.0^2}{2 \times 4\pi \times 10^{-7}} \text{ J/m}^3$$

$$= 397.9 \times 10^3 \text{ J/m}^3$$

حجم شکاف هوایی برابر است با:

$$V_g = 2(0.05 \times 0.10 \times 0.005) \text{ m}^3$$

$$= 0.05 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

پس انرژی ذخیره شده در شکاف هوایی بقرار زیر است :

$$W_{fg} = 397.9 \times 10^3 \times 0.05 \times 10^{-3}$$

$$= 19.895 \text{ joules}$$

پس کل انرژی میدان بقرار زیر است:

$$W_f = 1.005 + 19.895 \text{ J}$$

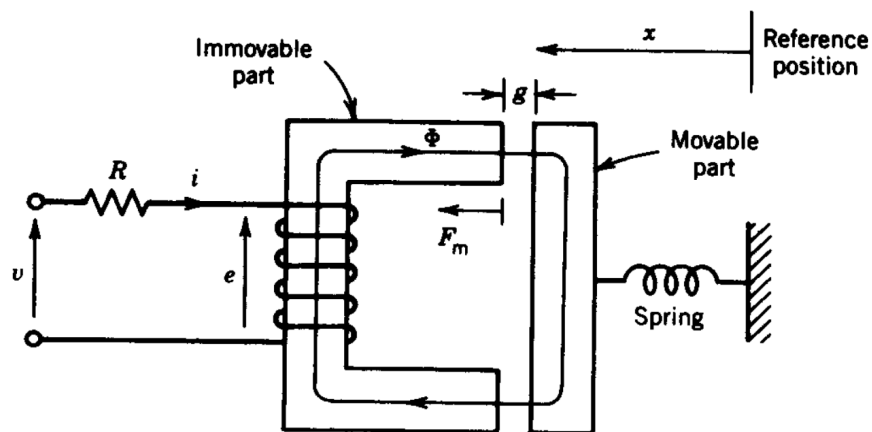
$$= 20.9 \text{ J}$$

✓ می بینیم قسمت اعظم انرژی میدان در شکاف هوایی ذخیره می شود.

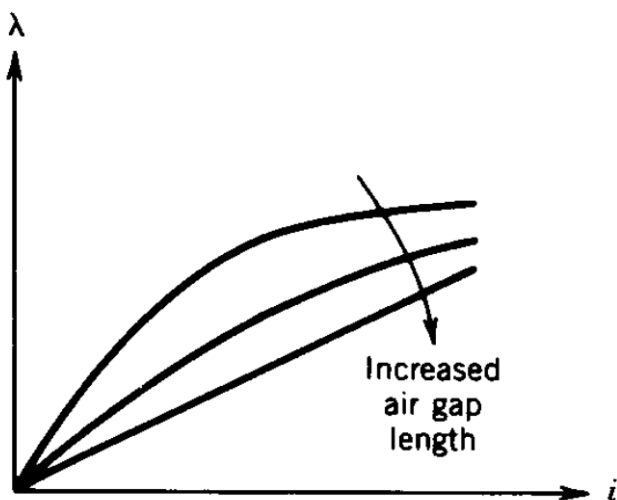
۳-۲- انرژی میدان مغناطیسی

۳-۲-۱- انرژی و شبه انرژی

✓ منحنی $\lambda - i$ برای سیستم های الکترومکانیکی مانند شکل روبرو، به طول شکاف هوایی و منحنی $B - H$ هسته بستگی دارد.



✓ در شکل زیر، سه مشخصه $\lambda - i$ برای فواصل گوناگون مربوط به شکاف هوایی رسم شده است:



✓ هرچه طول شکاف هوایی بیشتر باشد، منحنی $\lambda - i$ خطی تر می شود.

✓ عبارت دیگر، هر چه طول شکاف هوایی کمتر، مشخصه مغناطیسی غیرخطی تر می شود.

۳-۲- انرژی میدان مغناطیسی

۳-۲-۱- انرژی و شبه انرژی

✓ دیدیم که انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی توسط سطح A

در شکل روبرو مشخص می شود.

$$W_f = \int_0^\lambda i d\lambda$$

✓ باید گفت که سطح B در شکل فوق، مبین شبه انرژی است و اینگونه تعریف می شود:

$$W'_f = \int_0^i \lambda di$$

✓ شبه انرژی مفهوم فیزیکی ندارد. ولی همانگونه که بعدها خواهیم دید برای معرفی روابط نیرو و گشتاور در سیستم های

الکترومغناطیسی کاربرد فراوان دارد.

✓ از شکل فوق مشخص است که:

$$W'_f + W_f = \lambda i$$

نکته:

- ❖ اگر مشخصه λ - i خطی باشد، آنگاه: $W_f = W'_f$
- ❖ اگر مشخصه λ - i غیرخطی باشد، آنگاه: $W_f < W'_f$

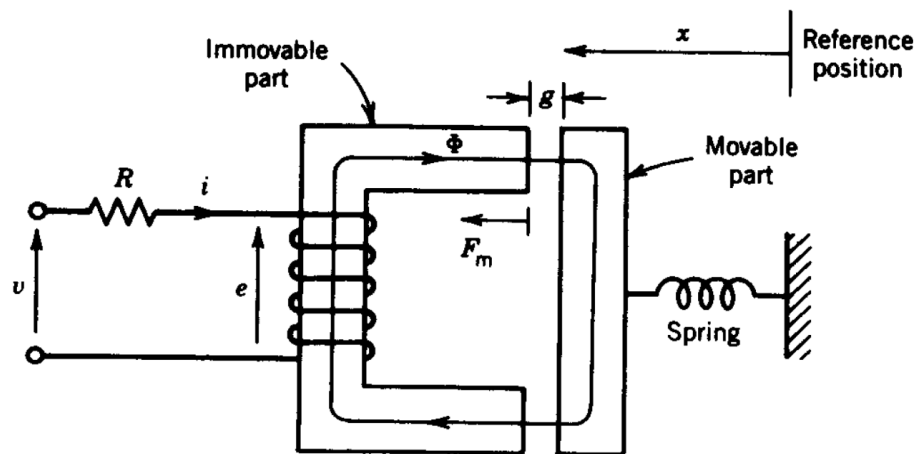
۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

✓ سیستم الکترومکانیکی شکل زیر را در نظر بگیرید. و فرض کنید قسمت متحرک حرکت کند و بتواند از وضعیت $X = X_1$ به

وضعیت $X = X_2$ برود. بطوری که در انتهای این تغییر مکان، طول شکاف

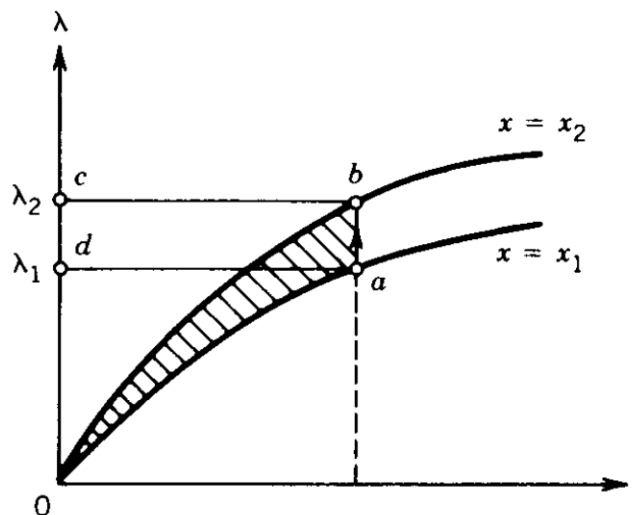
هوایی کاهش یابد.

✓ منحنی $\lambda-i$ برای این دو وضعیت مطابق شکل زیر خواهد بود:

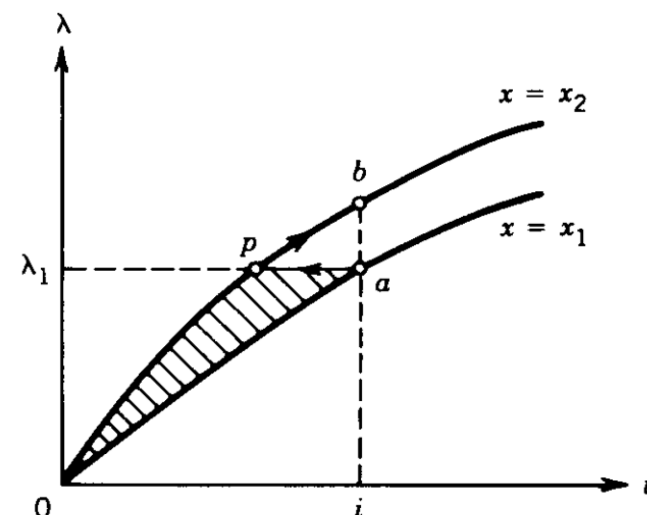


توجه: جریان DC در حالت ماندگار در هر دو وضعیت X_1 و X_2 یکسان بوده و برابر است با:

$$i = v/R$$



(a)



(b)

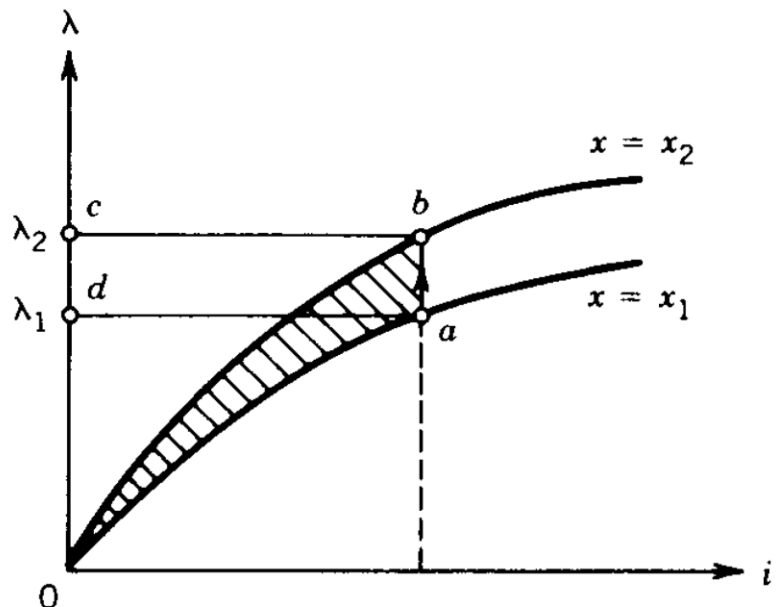
۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

- ✓ با توجه به منحنی های مشخصه، مشخصا نقطه کار در حالت $x = x_1$ معادل نقطه a و در حالت $x = x_2$ معادل نقطه b می باشد.
- ✓ در جابجای از a به b دو حالت می توانیم داشته باشیم:

1. اگر قسمت متحرک آرام حرکت کند، **جریان** در هنگام جابجایی قسمت متحرک، اساسا **ثابت** می ماند.

در نتیجه، مانند شکل زیر، نقطه a به طرف نقطه عملیاتی b جابجا می شود.

در این حالت داریم:



$$dW_e = \int ei dt = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda = \text{area } abcd$$

$$dW_f = \text{area } 0bc - 0ad$$

$$dW_m = dW_e - dW_f$$

$$= \text{area } abcd + \text{area } 0ad - \text{area } 0bc$$

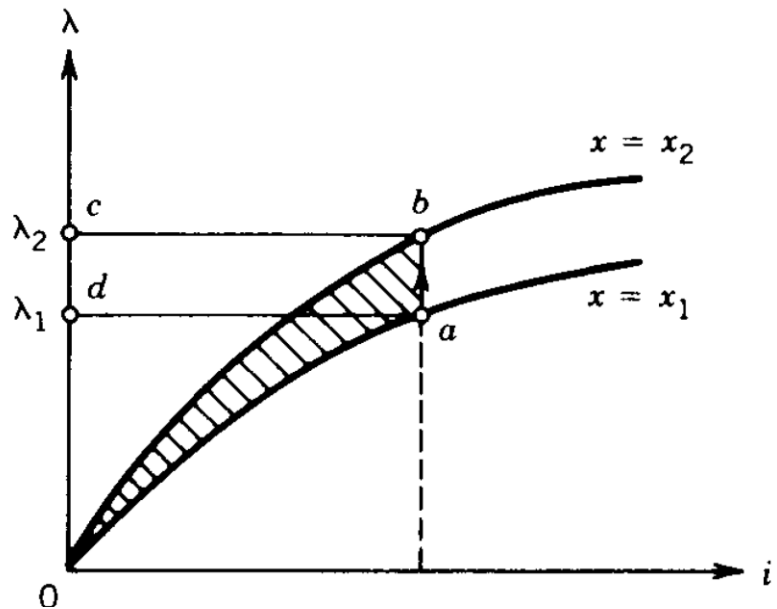
$$= \text{area } 0ab$$

۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

جمع بندی:

نتیجه مهم ۱: اگر حرکت تحت جریان ثابت انجام شود، کار مکانیکی انجام شده برابر است با سطح هاشور خورده زیر.

نتیجه مهم ۲: در این حالت: مقدار شبه انرژی افزایش می یابد و کار مکانیکی انجام شده برابر است با میزان افزایش در شبه انرژی.



$$\left. \begin{aligned} dW_m &= dW'_f \\ dW_m &= f_m dx \end{aligned} \right\} f_m dx = dW'_f$$

نیروی مکانیکی ایجاد کننده جابجایی جزئی dx

$$f_m = \left. \frac{\partial W'_f(i, x)}{\partial x} \right|_{i = \text{constant}}$$

۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

✓ حال برویم سراغ حالت دوم:

2. اگر قسمت متحرک سریعاً حرکت کند، می توان فرض کرد که هنگام تغییر وضع از x_1 تا x_2 **شار پیوندی** (λ) **ثابت** می ماند (مطابق شکل زیر).

$$dW_e = \int ei dt = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda = 0$$

در این حالت و در حرکت سریع، ورودی الکتریکی صفر است. زیرا:

بنابراین:

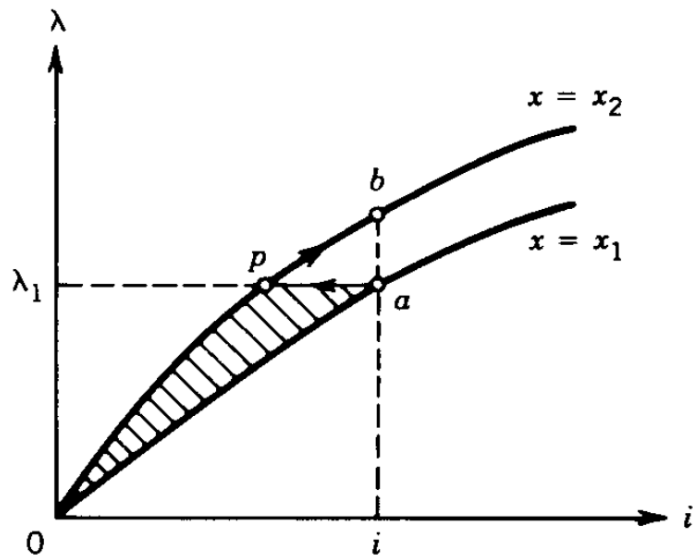
$$dW_m = dW_e - dW_f \Rightarrow dW_m = -dW_f$$

در نتیجه، انرژی مکانیکی انجام شده تماماً توسط انرژی میدان تامین می شود.

بعبارت بهتر، انرژی میدان کاهش می یابد و این کاهش، صرف کار مکانیکی می شود.

نیروی مکانیکی ایجاد کننده جابجایی جزئی dx :

$$f_m = - \left. \frac{\partial W_f(\lambda, x)}{\partial x} \right|_{\lambda = \text{constant}}$$



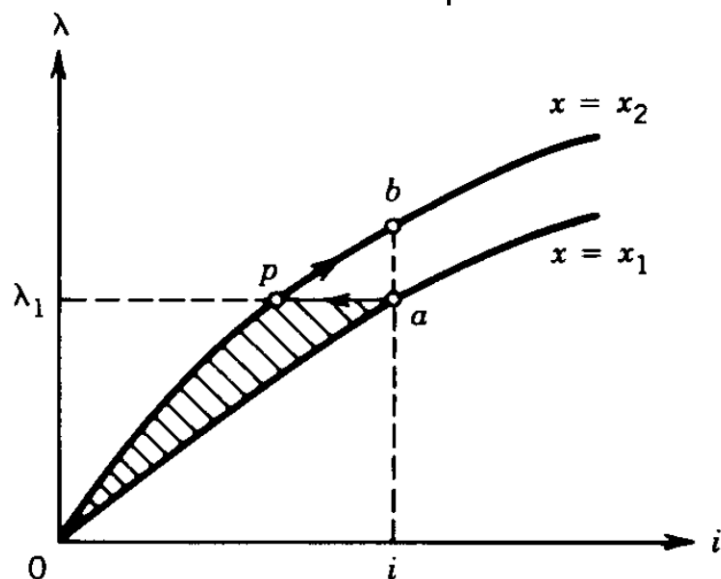
۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

✓ **تذکره ۱:** در حرکت سریع، نقطه کار ابتدا از a به p و سپس از p به b جابجا می شود. توجه داریم که در حرکت از p به b ، کار مکانیکی انجام نگرفته و انرژی الکتریکی در میدان ذخیره می شود.

✓ **تذکره ۲:** در شرایط حدی، موقعی که جابجایی dx کوچک باشد، سطوح oab و oap با هم برابر است. در نتیجه اگر نیرو با هر یک از روابط بیان شده محاسبه شوند، در هر دو حالت به یک جواب می رسیم.

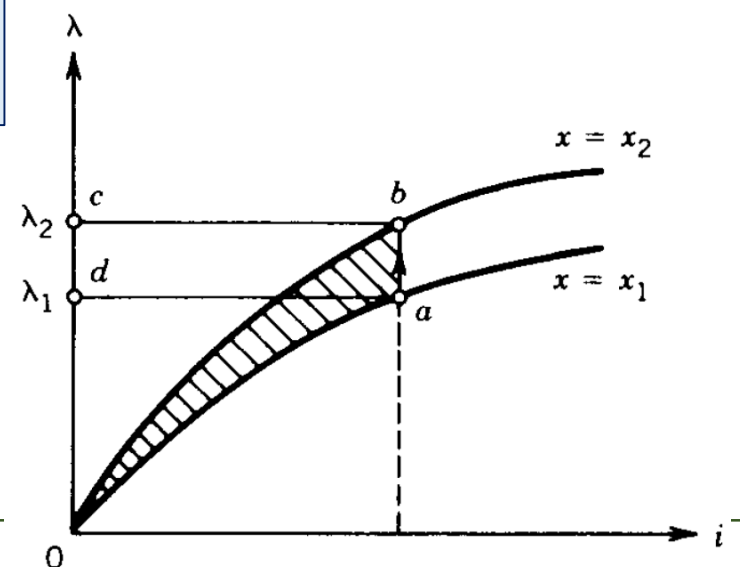
$$f_m = - \left. \frac{\partial W_f(\lambda, x)}{\partial x} \right|_{\lambda = \text{constant}}$$

در این حالت انرژی
باید بر حسب شار دور و
جابجایی نوشته شود.



در این حالت شبه انرژی
باید بر حسب جریان و
جابجایی نوشته شود.

$$f_m = \left. \frac{\partial W'_f(i, x)}{\partial x} \right|_{i = \text{constant}}$$



۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

مثال: مشخصه $\lambda - i$ یک سیستم الکترومغناطیسی به قرار زیر است:

$$i = \left(\frac{\lambda g}{0.09} \right)^2$$

این مشخصه تحت شرایط زیر صادق است:

$$0 < i < 4 \text{ A and } 3 < g < 10 \text{ cm}$$

طول شکاف هوایی

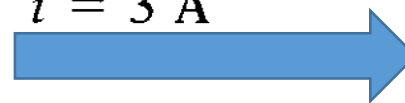
اگر $i = 3 \text{ A}$ و $g = 5 \text{ cm}$ ، نیروی مکانیکی اعمال شده به قسمت متحرک را بیابید. برای حل، از انرژی و شبه انرژی استفاده نمایید.

پاسخ: الف) استفاده از روش انرژی: باید W_f بر حسب λ نوشته شود:

$$W_f = \int_0^\lambda i d\lambda = \int_0^\lambda \left(\frac{\lambda g}{0.09} \right)^2 d\lambda = \frac{g^2}{0.09^2} \frac{\lambda^3}{3}$$

$$f_m = - \left. \frac{\partial W_f(\lambda, g)}{\partial g} \right|_{\lambda = \text{constant}} = - \frac{\lambda^3 2g}{3 \times 0.09^2}$$

$$\begin{aligned} g &= 0.05 \text{ m} \\ i &= 3 \text{ A} \end{aligned}$$



$$\begin{cases} \lambda = \frac{0.09 \times 3^{1/2}}{0.05} = 3.12 \text{ Wb-turn} \\ f_m = - \frac{3.12^3 \times 2 \times 0.05}{3 \times 0.09^2} \\ = -124.7 \text{ N} \cdot \text{m} \end{cases}$$

۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

پاسخ (ادامه...): ب) استفاده از روش شبه انرژی: باید شبه انرژی بر حسب i نوشته شود.

$$i = \left(\frac{\lambda g}{0.09} \right)^2 \Rightarrow \lambda = \frac{0.09 i^{1/2}}{g}$$

$$W'_f = \int_0^i \lambda di = \int_0^i \frac{0.09 i^{1/2}}{g} di = \frac{0.09}{g} \frac{2}{3} i^{3/2} \text{ joules}$$

$$f_m = \left. \frac{\partial W'_f(i, g)}{\partial g} \right|_{i = \text{constant}} = -0.09 \times \frac{2}{3} i^{3/2} \frac{1}{g^2} \bigg|_{i = \text{constant}} \xrightarrow{\substack{g = 0.05 \text{ m} \\ i = 3 \text{ A}}} f_m = -0.09 \times \frac{2}{3} \times 3^{3/2} \times \frac{1}{0.05^2} \text{ N} \cdot \text{m} = -124.7 \text{ N} \cdot \text{m}$$

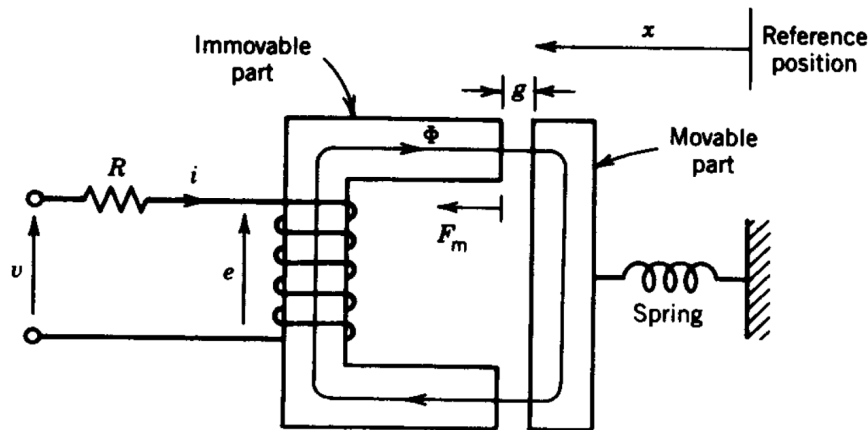
❑ نکته مهم ۱: می بینیم که از هر دو روش انرژی و شبه انرژی به یک جواب رسیدیم و باید نیز همینطور باشد. انتخاب روش محاسبه به خوانندگان بستگی دارد و باید دید در هر مساله خاص کدام روش آسان تر است.

❑ نکته مهم ۲: میتوان بررسی و ملاحظه کرد که نیروی عمل می نماید که طول شکاف هوایی کاهش یابد. (علامت منفی)

۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

۳-۳-۱- سیستم خطی

در سیستم های خطی، روابط ساده تری را می توان برای انرژی مغناطیسی و نیروی مکانیکی بدست آورد. مثلاً فرض کنید که در سیستم شکل زیر، هسته یک ماده مغناطیسی خطی باشد.



در اینصورت یک سیستم خطی داریم که مشخصه $\lambda - i$ آن بصورت زیر است:

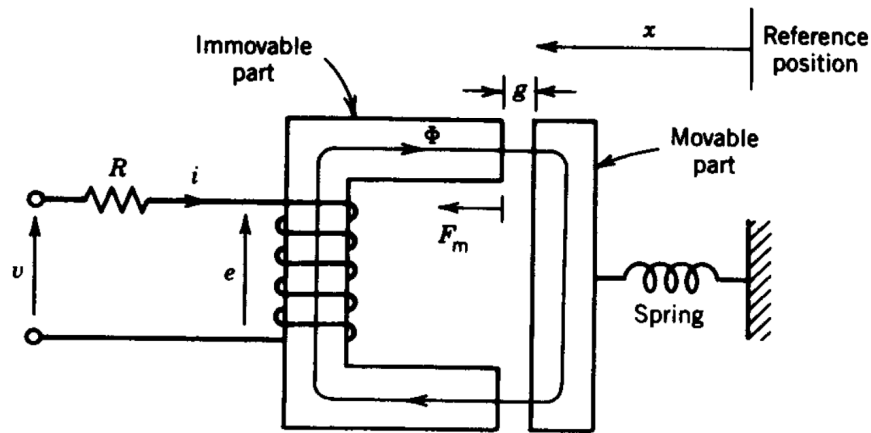
$$\lambda = L(x)i$$

اندوکتانس سیم پیچ که به طول شکاف هوایی بستگی دارد

برای درک بهتر، رابطه فوق را با رابطه $i = \left(\frac{\lambda g}{0.09} \right)^2$ ، که مربوط به یک هسته غیرخطی است، مقایسه کنید.

۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

۳-۳-۱- سیستم خطی



$$\lambda = L(x)i$$

در سیستم خطی:

که $L(x)$ تابعی از i نیست

برای محاسبه نیروی مکانیکی با استفاده از روش انرژی، ابتدا انرژی میدان مغناطیسی را با استفاده از رابطه زیر بدست می آوریم:

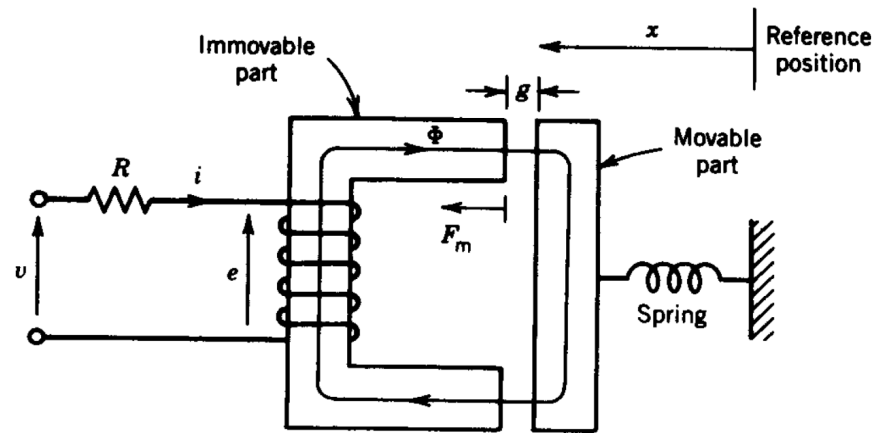
$$W_f = \int i d\lambda \Rightarrow W_f = \int_0^\lambda \frac{\lambda}{L(x)} d\lambda = \boxed{\frac{\lambda^2}{2L(x)}} = \frac{1}{2}L(x)i^2$$

آنگاه داریم:

$$f_m = - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\lambda^2}{2L(x)} \right) \Big|_{\lambda = \text{constant}} = \frac{\lambda^2}{2L^2(x)} \frac{dL(x)}{dx} = \frac{1}{2}i^2 \frac{dL(x)}{dx}$$

۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

۳-۳-۱- سیستم خطی



می توان نیروی مکانیکی را با استفاده از روش شبه انرژی نیز محاسبه کرد.
برای این کار باید توجه داشت که در سیستم خطی:

$$W_f = W'_f = \frac{1}{2}L(x)i^2$$

در نتیجه:

$$f_m = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2}L(x)i^2 \right) \Big|_{i = \text{constant}}$$

$$= \frac{1}{2}i^2 \frac{dL(x)}{dx}$$

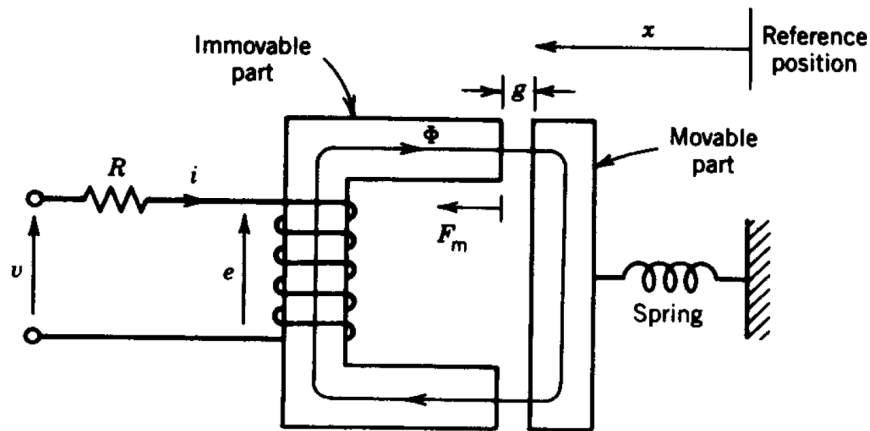
بار دیگر مشاهده می شود که روابط مشابهی برای نیروی مکانیکی با استفاده از روش های انرژی و شبه انرژی بدست آمده است.

۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

۳-۳-۱- سیستم خطی

✓ **نکته:** در حالت خاص مربوط به سیستم خطی شکل روبرو که در آن از رلوکتانس هسته در مقابل رلوکتانس فاصله هوایی صرف نظر شده است، می توان رابطه نهایی نیروی مکانیکی را بدست آورد.

✓ با اعمال قانون آمپر به مدار زیر:



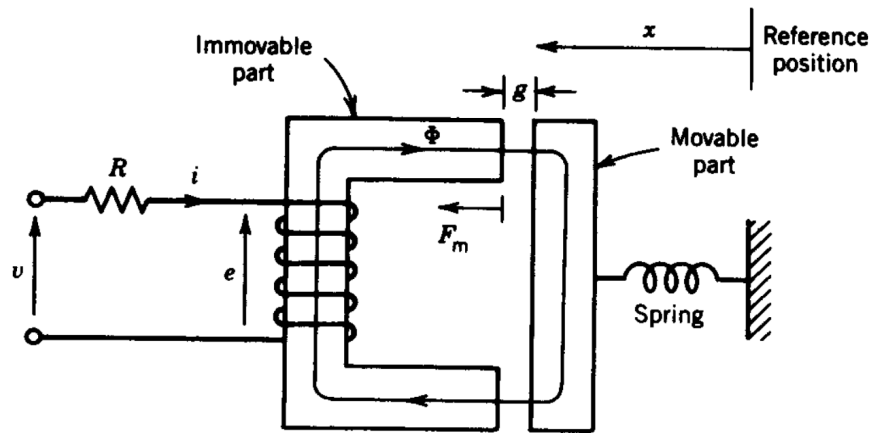
$$Ni = H_g 2g = \frac{B_g}{\mu_0} 2g$$

✓ همچنین قبلا دیدیم که در سیستم فوق، انرژی میدان برابر است با:

$$W_f = \frac{B_g^2}{2\mu_0} \times \text{volume of air gap} = \frac{B_g^2}{2\mu_0} \times A_g 2g$$

۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

۳-۳-۱- سیستم خطی



$$W_f = \frac{B_g^2}{2\mu_0} \times A_g \times 2g$$

✓ در نتیجه نیروی مکانیکی، با استفاده از روش انرژی، برابر است با:

$$f_m = - \left. \frac{\partial W_f(\lambda, g)}{\partial g} \right|_{\lambda = \text{constant}} \rightarrow f_m = - \frac{\partial}{\partial g} \left(\frac{B_g^2}{2\mu_0} \times A_g \times 2g \right) = - \frac{B_g^2}{2\mu_0} (2A_g)$$

✓ کل سطح مقطع دو شکاف هوایی $2A_g$ است. لذا میزان نیرو بر واحد سطح در شکاف هوایی برابر است با:

$$F_m = \frac{B_g^2}{2\mu_0} \text{ N/m}^2$$

✓ F_m را فشار مغناطیسی می نامند.

۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

جمع بندی:

در مبدل های تک تحریکه و با حرکت خطی در امتداد یک مسیر خاص، برای محاسبه نیروی اعمال شده به عضو متحرک در وضعیت X و در اثر تحریک سیم پیچی چنین عمل می کنیم:

۱- حالت کلی: از این روش در کلیه مدارات مغناطیسی میتوان استفاده نمود. اما معمولاً در مدارات مغناطیسی غیرخطی مورد استفاده قرار می گیرد. در مدارات غیرخطی معمولاً یک معادله تحلیلی بین λ - داده می شود. در این صورت:

$$W_f = \int_0^\lambda i d\lambda \quad \Rightarrow \quad f_m = - \left. \frac{\partial W_f(\lambda, g)}{\partial g} \right|_{\lambda = \text{constant}} \quad \checkmark \quad \text{روش انرژی: } \lambda \text{ را بر حسب } \lambda \text{ محاسبه کرده و داریم:}$$

$$W'_f = \int_0^i \lambda di \quad \Rightarrow \quad f_m = \left. \frac{\partial W'_f(i, g)}{\partial g} \right|_{i = \text{constant}} \quad \checkmark \quad \text{روش شبه انرژی: } \lambda \text{ را بر حسب } i \text{ محاسبه کرده و داریم:}$$

۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

جمع بندی:

۲- حالت خاص: مربوط به مواد خطی می باشد. در مدارات خطی رابطه بین λ و i بصورت $\lambda = L(x).i$ می باشد. بگونه ای که:

$$L(x) = \frac{N^2}{R_{eq}(x)};$$

توجه داریم در حالت خطی، رلوکتانس هسته ثابت است اما رلوکتانس کل، متغیر است

در این حالت داریم:

✓ روش انرژی:

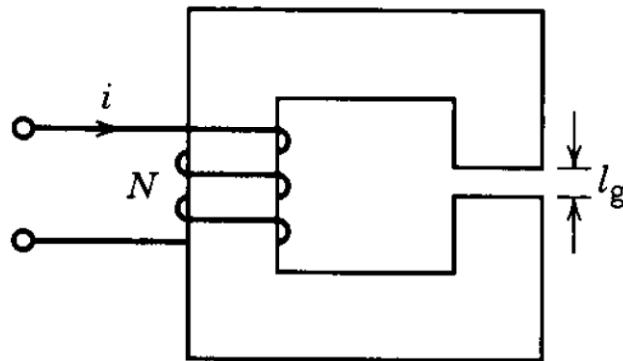
$$W_f = \frac{\lambda^2}{2L(x)} \quad \Rightarrow \quad f_m = - \left. \frac{\partial W_f(\lambda, x)}{\partial x} \right|_{\lambda = \text{constant}} = - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\lambda^2}{2L(x)} \right) \Big|_{\lambda = \text{constant}}$$

✓ روش شبه انرژی:

$$W'_f = \frac{1}{2}L(x)i^2 \quad \Rightarrow \quad f_m = \left. \frac{\partial W'_f(i, x)}{\partial x} \right|_{i = \text{constant}} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2}L(x)i^2 \right) \Big|_{i = \text{constant}}$$

۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

۳-۳-۱- سیستم خطی



مثال: پارامترهای سیستم مغناطیسی نشان داده شده در شکل زیر عبارتند از:

$$N = 500$$

$$i = 2 \text{ A}$$

$$\text{Width of air gap} = 2.0 \text{ cm}$$

$$\text{Depth of air gap} = 2.0 \text{ cm}$$

$$\text{Length of air gap} = 1 \text{ mm}$$

از رلوکتانس هسته و شار نشتی و خمیدگی شار صرف نظر کنید.

الف) نیروی جاذبه میان دو سمت شکاف هوایی را تعیین کنید.

ب) انرژی ذخیره شده در شکاف هوایی را محاسبه کنید.

۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

۳-۳-۱- سیستم خطی

پاسخ: الف)

$$f_m = \frac{B_g^2}{2\mu_0} \times A_g = \mu_0 \frac{N^2 i^2}{2l_g^2} A_g = \frac{4\pi 10^{-7} (500 \times 2)^2}{2 \times 1 \times 1 \times 10^{-6}} \times 2.0 \times 2.0 \times 10^{-4} = 251.33 \text{ N}$$

$$B_g = \frac{\mu_0 N i}{l_g}$$

ب)

$$W_f = \frac{B_g^2}{2\mu_0} \times V_g = \frac{B_g^2}{2\mu_0} \times A_g \times l_g = 251.33 \times 10^{-3} \text{ J} = 0.25133 \text{ joules}$$

۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

۳-۳-۱- سیستم خطی

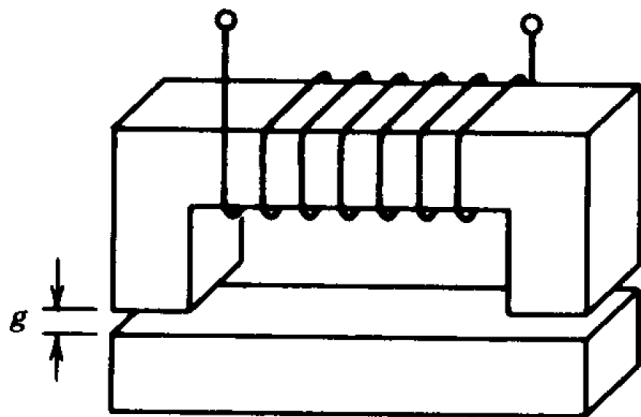
مثال: یک سیستم مغناطیسی بالابر مغناطیسی در شکل زیر نشان داده شده است و مقطع آن مربع 6×6 سانتیمتر است. تعداد دور سیم پیچ ۳۰۰ دور و مقاومت آن ۶ اهم است. از مقاومت مغناطیسی (رلوکتانس) هسته صرف نظر کنید و پدیده خمیدگی شار را در نظر نگیرید.

الف) اگر طول شکاف هوایی (g) ۵ میلیمتر و ولتاژ DC متصل به سیم پیچ ۱۲۰ ولت باشد، مطلوبست:

۱- انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی

۲- نیروی بالابرنده

ب) گیریم g برابر با ۵ میلیمتر و به سیم پیچ، ولتاژ AC با مقدار موثر ۱۲۰ ولت و فرکانس ۶۰ هرتز اعمال شود، نیروی متوسط بالابرنده را بیابید.



۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

۳-۳-۱- سیستم خطی

پاسخ: الف) جریان سیم پیچ برابر است با:

$$i = \frac{120}{6} = 20 \text{ A}$$

با توجه به صرف نظر کردن از مقاومت مغناطیسی هسته، لذا کل انرژی در شکاف هوایی ذخیره می شود. پس:

$$W_f = \frac{B_g^2}{2\mu_0} \times \text{volume of air gap} = \frac{0.754^2}{2 \times 4\pi 10^{-7}} \times 2 \times 6 \times 6 \times 5 \times 10^{-7} \text{ J} = 8.1434 \text{ J}$$

$$Ni = H_g l_g = \frac{B_g}{\mu_0} l_g \Rightarrow B_g = \frac{\mu_0 Ni}{2g} = \frac{4\pi 10^{-7} \times 300 \times 20}{2 \times 5 \times 10^{-3}} = 0.754 \text{ tesla}$$

$$f_m = \frac{B_g^2}{2\mu_0} \times \text{air gap area} = \frac{0.754^2}{2 \times 4\pi 10^{-7}} \times 2 \times 6 \times 6 \times 10^{-4} \text{ N} = 1628.7 \text{ N}$$

دو تا سطح داریم. از دو قسمت نیرو وارد می شود

۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

۳-۳-۱- سیستم خطی

پاسخ: ب) در حالتی که سیستم با ولتاژ AC تحریک می شود، امپدانس به قرار زیر است:

می دانیم که اندوکتانس سیم پیچ این چنین حساب می شود:

$$L = \frac{N^2}{R_g} = \frac{N^2 \mu_0 A_g}{l_g} = \frac{300^2 \times 4\pi 10^{-7} \times 6 \times 6 \times 10^{-4}}{2 \times 5 \times 10^{-3}} = 40.7 \times 10^{-3} \text{ H}$$

پس:

$$\begin{aligned} Z &= 6 + j377 \times 40.7 \times 10^{-3} \Omega \\ &= 6 + j15.34 \Omega \end{aligned}$$

جریان موثر برابر است با:

$$\begin{aligned} I_{\text{rms}} &= \frac{120}{\sqrt{(6^2 + 15.34^2)}} \\ &= 7.29 \text{ A} \end{aligned}$$

۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

۳-۳-۱- سیستم خطی

پاسخ (ادامه...): می دانیم نیروی بالابرنده به قرار زیر است: (چون دو تا سطح داریم)

$$f_m = \frac{B_g^2}{2\mu_0} \times 2A_g$$

$$B_g = \frac{\mu_0 Ni}{2g}$$

پس ابتدا بایستی چگالی شار را بیابیم. قبلا دیدیم که چگالی شار بصورت زیر است:

بنابراین وقتی جریان سینوسی باشد، چگالی شار نیز سینوسی خواهد بود. در نتیجه، مقدار rms چگالی شار برابر است با:

$$B_{rms} = \frac{\mu_0 N I_{rms}}{2g} = \frac{4\pi 10^{-7} \times 300 \times 7.29}{2 \times 5 \times 10^{-3}} \text{ T} = 0.2748 \text{ T}$$

حال بر می گردیم به رابطه نیرو: (برای سادگی، علامت منفی را کنار می گذاریم. در واقع علامت منفی نشاندهنده جاذبه بودن آن است)

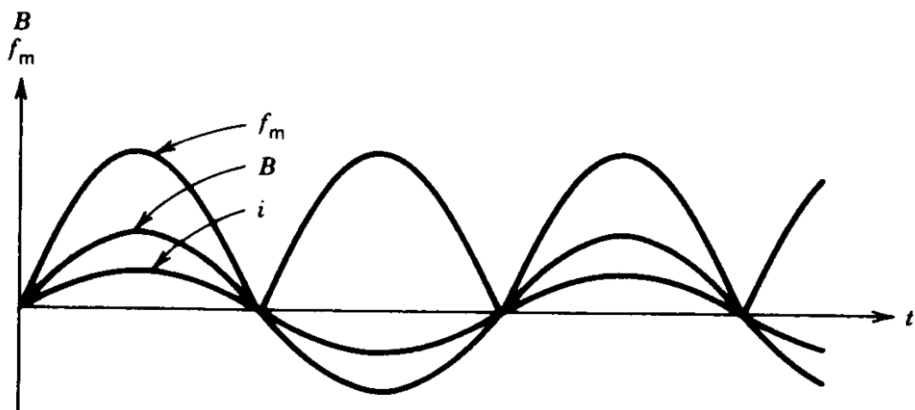
$$f_m = \frac{B_g^2}{2\mu_0} \times 2A_g \Rightarrow f_m \propto B_g^2$$

✓ مشخصا نیرو با مجذور چگالی شار متناسب است.

۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

۳-۳-۱- سیستم خطی

پاسخ (ادامه...): صورت مساله از ما مقدار متوسط نیرو را خواسته است. اما قبل از اینکه مقدار متوسط نیرو را بیابیم، خوب است توجه کنیم که شکل موج جریان، چگالی شار و نیرو بصورت زیر خواهد بود:



برای محاسبه متوسط نیرو:

$$f_m = \frac{B_g^2}{2\mu_0} \times 2A_g \Rightarrow f_m|_{\text{avg}} = \frac{B_g^2}{2\mu_0} \Big|_{\text{avg}} \times 2A_g = \frac{B_{\text{rms}}^2}{2\mu_0} \times 2A_g = \frac{0.2748^2 \times 2 \times 6 \times 6 \times 10^{-4}}{2 \times 4\pi \times 10^{-7}} = 216.3 \text{ N}$$

✓ ملاحظه می شود که مقدار متوسط نیرو در حالت AC حدود یک هشتم حالت DC است. در بالابرهاي مغناطیسی معمولاً از منبع DC استفاده می شود.

۳-۳- نیروی مکانیکی در سیستم های الکترومغناطیسی

نکته مهم

در مبدل های تک تحریکه با حرکت خطی، نیرو در جهتی به عضو متحرک وارد می شود که:

✓ طول شکاف هوایی کاهش یابد یا بعبارت دیگر:

✓ رلوکتانس شکاف هوایی کاهش یابد یا بعبارت دیگر:

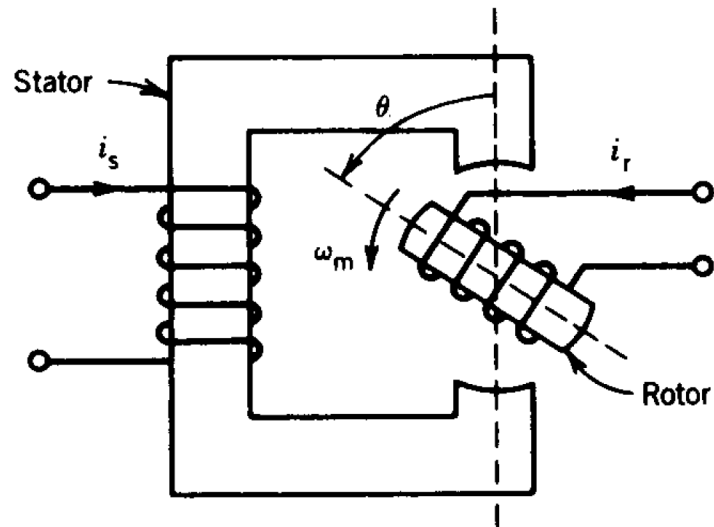
✓ اندوکتانس سیم پیچ زیاد شود.

۳-۴- ماشین های الکتریکی دوار

✓ در بخش های قبل، راجع به حرکت انتقالی در سیستمهای الکترومغناطیسی صحبت شد.

✓ اما اکثر مبدل های انرژی الکترومکانیکی بخصوص در توان های بالا، حرکت دورانی و چرخشی دارند.

✓ در شکل زیر، قسمت های اصلی یک سیستم الکترومکانیکی دوار نشان داده شده است که عبارتند از:



۱- استاتور (قسمت ساکن) ۲- روتور (قسمت متحرک)

✓ روتور بر روی محور نصب شده و آزادانه می تواند بین قطب های استاتور بچرخد.

✓ فرض بر آن است که استاتور و روتور هر دو حاوی سیم پیچ حامل جریان هستند.

✓ در واقع، یک مبدل دو تحریکه با حرکت دورانی داریم.

✓ همانطور که قبلا اشاره شد، تمرکز ما در این بخش، بر روی موتورهای الکتریکی است (تبدیل انرژی الکتریکی به مکانیکی)

۳-۴- ماشین های الکتریکی دوار

✓ برای محاسبه انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی، فرض می کنیم جریان های i_s و i_r در سیم پیچی های روتور و استاتور برقرار بوده و سیستم در حالت ایستا است (خروجی مکانیکی ندارد).

✓ ضمناً برای درک بهتر موضوع، سیستم الکترومغناطیسی را خطی در نظر می گیریم.

$$\begin{aligned}\lambda_s &= L_{ss}i_s + L_{sr}i_r \\ \lambda_r &= L_{rs}i_s + L_{rr}i_r\end{aligned}$$

اندوکتانس خودی استاتور
اندوکتانس متقابل
اندوکتانس خودی روتور

✓ می دانیم در سیستم الکترومغناطیسی خطی:

✓ مقدار چهار اندوکتانس روبرو تابعی از θ است.

✓ ضمناً در سیستم خطی داریم: $L_{sr} = L_{rs}$

✓ رابطه انرژی مغناطیسی جزئی بصورت زیر است:

$$\begin{aligned}dW_f &= e_s i_s dt + e_r i_r dt \\ &= i_s d\lambda_s + i_r d\lambda_r\end{aligned}$$

۳-۴- ماشین های الکتریکی دوار

$$\begin{aligned} dW_f &= e_s i_s dt + e_r i_r dt \\ &= i_s d\lambda_s + i_r d\lambda_r \end{aligned}$$

$$\lambda_s = L_{ss} i_s + L_{sr} i_r$$

$$\lambda_r = L_{rs} i_s + L_{rr} i_r$$

✓ بنابراین رابطه انرژی مغناطیسی جزئی بصورت زیر میشود:

$$\begin{aligned} dW_f &= i_s d(L_{ss} i_s + L_{sr} i_r) + i_r d(L_{sr} i_s + L_{rr} i_r) \\ &= L_{ss} i_s di_s + L_{rr} i_r di_r + L_{sr} d(i_s i_r) \end{aligned}$$

✓ حال می توان انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی را بدست آورد:

$$\begin{aligned} W_f &= L_{ss} \int_0^{i_s} i_s di_s + L_{rr} \int_0^{i_r} i_r di_r + L_{sr} \int_0^{i_s, i_r} d(i_s i_r) \\ &= \frac{1}{2} L_{ss} i_s^2 + \frac{1}{2} L_{rr} i_r^2 + L_{sr} i_s i_r \end{aligned}$$

۳-۴- ماشین های الکتریکی دوار

$$W_f = \frac{1}{2}L_{ss}i_s^2 + \frac{1}{2}L_{rr}i_r^2 + L_{sr}i_si_r$$

✓ انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی:

✓ با توجه به اینکه در سیستم های خطی، انرژی و شبه انرژی با هم برابرند و نیز با توجه به نحوه محاسبه نیرو در سیستمهای با

حرکت انتقالی، می توان گشتاور حاصله در سیستم های دو تحریکه با حرکت دورانی را بصورت زیر محاسبه کرد:

$$T = \left. \frac{\partial W'_f(i, \theta)}{\partial \theta} \right|_{i = \text{constant}} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{1}{2}i_s^2 \frac{dL_{ss}}{d\theta} + \frac{1}{2}i_r^2 \frac{dL_{rr}}{d\theta} + i_si_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$

✓ در رابطه بالا:

❖ دو جمله اول عبارتند از: گشتاور ایجاد شده در ماشین بعلت تغییرات اندوکتانس های خودی بواسطه موقعیت روتور (گشتاور

رلوکتانسی)

❖ جمله سوم عبارتست از: گشتاور ایجاد شده در ماشین بعلت تغییرات اندوکتانس متقابل بین سیم پیچ های استاتور و روتور

۳-۴- ماشین های الکتریکی دوار

✓ همانگونه که ملاحظه شد، در سیستم های دو تحریکه با حرکت دورانی داریم:

$$W_f = \frac{1}{2}L_{ss}i_s^2 + \frac{1}{2}L_{rr}i_r^2 + L_{sr}i_si_r$$

❖ انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی:

$$T = \frac{1}{2}i_s^2 \frac{dL_{ss}}{d\theta} + \frac{1}{2}i_r^2 \frac{dL_{rr}}{d\theta} + i_si_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$

❖ گشتاور حاصله:

✓ **تذکر مهم ۱:** روابط فوق مربوط به مدارات خطی است و برای مدارتی که مشخصه B-H آنها غیرخطی است، محاسبات پیچیده است.

✓ **تذکر مهم ۲:** مشابه روابط فوق را می توان برای سیستم های دو تحریکه با حرکت خطی نیز بدست آورد. یعنی در سیستم های دو

تحریکه با حرکت خطی که مشخصه B-H آنها خطی است، داریم:

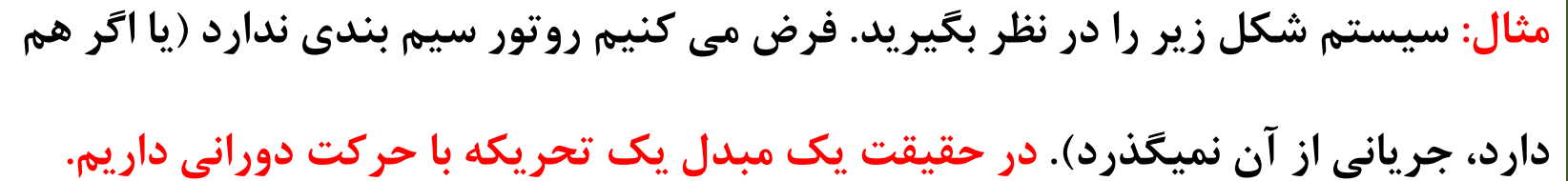
$$W_f = \frac{1}{2}L_{ss}i_s^2 + \frac{1}{2}L_{rr}i_r^2 + L_{sr}i_si_r$$

❖ انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی:

$$F = \frac{1}{2}i_s^2 \frac{dL_{ss}}{d\theta} + \frac{1}{2}i_r^2 \frac{dL_{rr}}{d\theta} + i_si_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$

❖ نیروی وارد بر قسمت متحرک:

۳-۴- ماشین های الکتریکی دوار



در این سیستم، اندوکتانس خودی سیم پیچ استاتور تابعی از زاویه θ بوده و برابر است با:

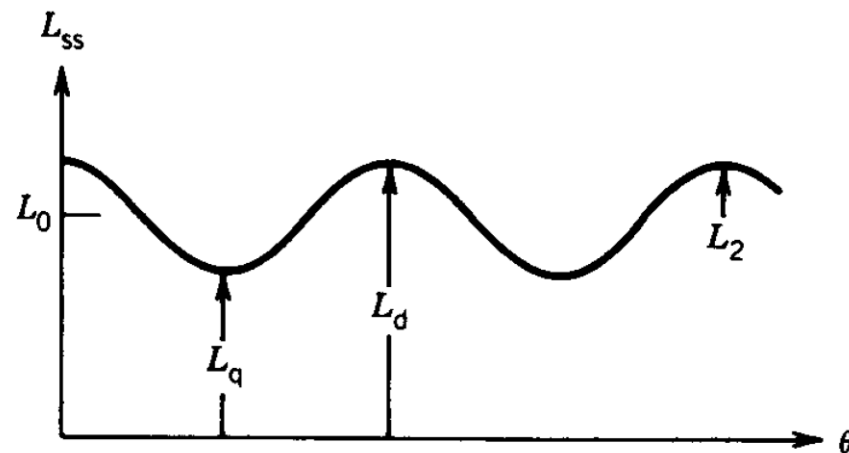
$$L_{ss} = L_0 + L_2 \cos 2\theta \quad (\text{این ارتباط در شکل زیر نشان داده شده است})$$

(الف) با فرض اینکه جریان استاتور بصورت $i_s = I_{sm} \sin \omega t$ باشد، گشتاور اعمال

شده بر روتور را بیابید.

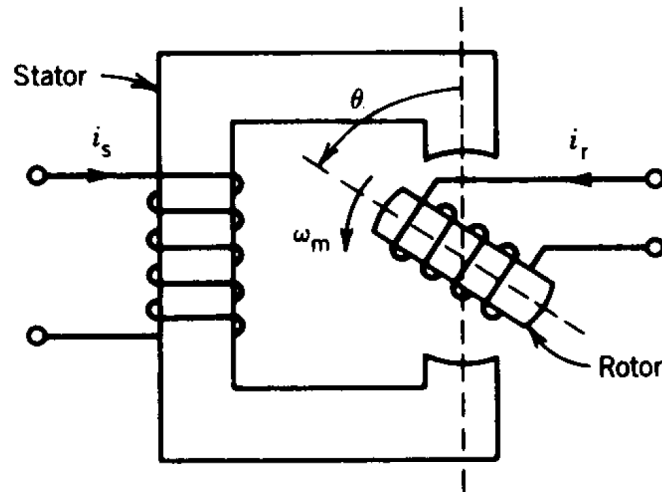
(ب) با فرض اینکه $\theta = \omega_m t + \delta$ ، بطوریکه ω_m نشاندهنده سرعت زاویه ای رتور و δ بیان کننده وضعیت رتور در لحظه $t=0$ باشد، شرایطی ا بیابید که در

آن، گشتاور متوسط برابر با صفر نباشد و آن را مشخص کنید.



۳-۴- ماشین های الکتریکی دوار

پاسخ: الف) میدانیم در سیستم شکل زیر داریم:



$$T = \frac{1}{2} i_s^2 \frac{dL_{ss}}{d\theta} + \frac{1}{2} i_r^2 \frac{dL_{rr}}{d\theta} + i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$

با توجه به اینکه سیم پیچی روتور نداریم (یا جریانی از آن نمیگذرد)، در نتیجه:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} i_s^2 \frac{dL_{ss}}{d\theta} \\ &= \frac{1}{2} I_{sm}^2 \sin^2 \omega t \frac{d}{d\theta} (L_0 + L_2 \cos 2\theta) \\ &= -I_{sm}^2 L_2 \sin 2\theta \sin^2 \omega t \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

۳-۴- ماشین های الکتریکی دوار

پاسخ (ادامه...): ب)

$$T = -I_{sm}^2 L_2 \sin 2\theta \sin^2 \omega t$$

$$\theta = \omega_m t + \delta$$

$$T = -I_{sm}^2 L_2 \sin 2(\omega_m t + \delta) \frac{(1 - \cos 2\omega t)}{2}$$

با فرضیات فوق داریم:

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} I_{sm}^2 L_2 [\sin 2(\omega_m t + \delta) - \frac{1}{2} \sin 2\{(\omega_m + \omega)t + \delta\} \\ &\quad - \frac{1}{2} \sin 2\{(\omega_m - \omega)t + \delta\}] \end{aligned}$$

ملاحظه می شود که با سه جمله سینوسی روبرو هستیم و مقدار متوسط هر جمله سینوسی برابر با صفر است.

برای آنکه متوسط گشتاور صفر نباشد، باید ضریب t در یکی از این جملات سینوسی صفر باشد. دو حالت را در نظر می گیریم:

$$\omega_m = \pm \omega$$

۳-۴- ماشین های الکتریکی دوار

پاسخ (ادامه...): ب)

$$T = -I_{sm}^2 L_2 \sin 2\theta \sin^2 \omega t$$

$$\theta = \omega_m t + \delta$$

$$T = -I_{sm}^2 L_2 \sin 2(\omega_m t + \delta) \frac{(1 - \cos 2\omega t)}{2}$$

با فرضیات فوق داریم:

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} I_{sm}^2 L_2 [\sin 2(\omega_m t + \delta) - \frac{1}{2} \sin 2\{(\omega_m + \omega)t + \delta\} \\ &\quad - \frac{1}{2} \sin 2\{(\omega_m - \omega)t + \delta\}] \end{aligned}$$

ملاحظه می شود که با سه جمله سینوسی روبرو هستیم و مقدار متوسط هر جمله سینوسی برابر با صفر است.

برای آنکه متوسط گشتاور صفر نباشد، باید ضریب t در یکی از این جملات سینوسی صفر باشد. دو حالت را در نظر می گیریم:

$$\omega_m = \pm \omega$$

۳-۴- ماشین های الکتریکی دوار

$$T = \frac{1}{2} I_{sm}^2 L_2 [\sin 2(\omega_m t + \delta) - \frac{1}{2} \sin 2\{(\omega_m + \omega)t + \delta\} - \frac{1}{2} \sin 2\{(\omega_m - \omega)t + \delta\}]$$

پاسخ (ادامه...): $\omega_m = \pm \omega$ &

$$T_{avg} = \frac{1}{4} I_{sm}^2 L_2 \sin 2\delta$$

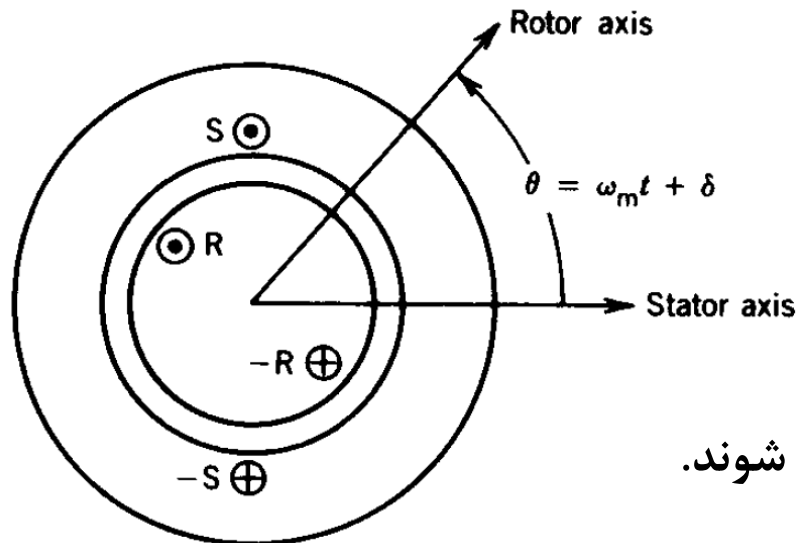
$$= \frac{1}{8} I_{sm}^2 (L_d - L_q) \sin 2\delta$$

با فرضیات فوق داریم:

- ✓ ملاحظه می شود که مبدل فوق به شرطی گشتاور میانگین تولید می کند که روتور در یکی از دو جهت عقربه ساعت یا خلاف عقربه ساعت بچرخد.
- ✓ مقدار سرعت آن با سرعت زاویه ای مترادف با فرکانس جریان ac برابر است. به این سرعت، سرعت سنکرون گفته می شود.
- ✓ به این موتورها که چرخش آنها، بواسطه تغییرات رلوکتانسشان میباشد، **موتور رلوکتانسی** گفته میشود. (اسلاید ۴۷: گشتاور رلوکتانسی)

۳-۵- ماشین های الکتریکی دوار با روتور استوانه ای

✓ در شکل زیر، مقطعی از یک ماشین الکتریکی دوار ۲ قطبی ساده با روتور استوانه ای نشان داده شده است. به روتورهای



استوانه ای، رتورهای قطب صاف یا روتور گرد یا غیربرجسته هم می گویند.

✓ با توجه به شکل، مشخص است که سیم پیچی های استاتور و روتور در دو شیار

جاسازی شده است.

✓ در ماشین های واقعی، بصورت گسترده درون شیارهای روتور و استاتور تعبیه می شوند.

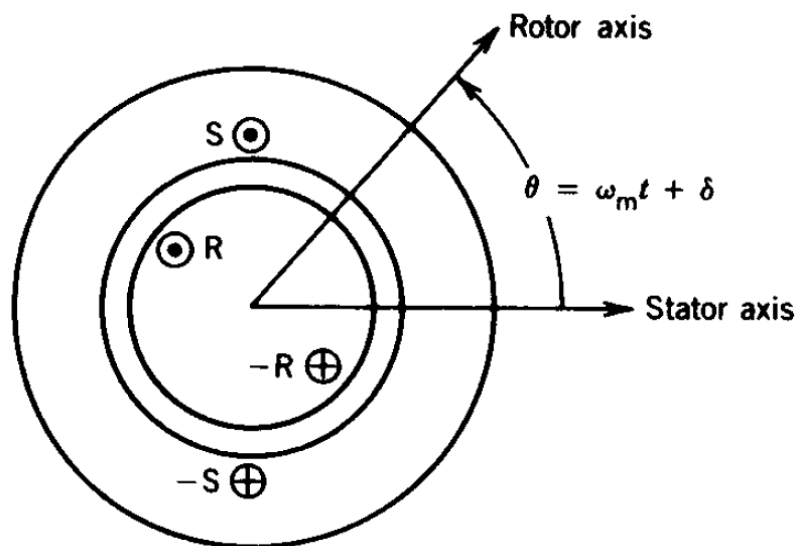
✓ در صورتی که از اثر شیارهای صرف نظر شود، مقاومت مغناطیسی مسیر مغناطیسی، به وضعیت مکانی روتور بستگی ندارد.

✓ در نتیجه می توان فرض کرد که اندوکتانسهای خودی L_{ss} و L_{rr} ثابت بوده و تابعی از θ نیستند. پس گشتاور رلوکتانسی (اسلاید ۴۷)

$$T = i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$

شکل نمی گیرد. لذا گشتاور حاصله در ماشین های دوار با روتور استوانه ای به قرار زیر است:

۳-۵- ماشین های الکتریکی دوار با روتور استوانه ای



$$T = i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$

$$L_{sr} = M \cos \theta$$

✓ با فرض اینکه اندوکتانس متقابل برابر باشد با:

✓ در رابطه فوق:

✓ M مقدار ماکزیمم اندوکتانس متقابل را نشان می دهد.

✓ θ زاویه بین محور مغناطیسی سیم پیچ های روتور و استاتور است.

✓ با فرض اینکه جریان سیم پیچ های استاتور و روتور بصورت زیر باشند:

$$i_s = I_{sm} \cos \omega_s t$$

$$i_r = I_{rm} \cos(\omega_r t + \alpha)$$

سرعت زاویه ای روتور

وضعیت روتور در $t = 0$

$$\theta = \omega_m t + \delta$$

✓ و اینکه وضعیت روتور در هر لحظه بصورت زیر باشد:

۳-۵- ماشین های الکتریکی دوار با روتور استوانه ای

$$T = i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$

$$L_{sr} = M \cos \theta$$

$$i_s = I_{sm} \cos \omega_s t$$

$$i_r = I_{rm} \cos(\omega_r t + \alpha)$$

$$\theta = \omega_m t + \delta$$

$$\begin{aligned} T &= -I_{sm} I_{rm} M \cos \omega_s t \cos(\omega_r t + \alpha) \sin(\omega_m t + \delta) \\ &= -\frac{I_{sm} I_{rm} M}{4} [\sin\{(\omega_m + (\omega_s + \omega_r))t + \alpha + \delta\} \\ &\quad + \sin\{(\omega_m - (\omega_s + \omega_r))t - \alpha + \delta\} \\ &\quad + \sin\{(\omega_m + (\omega_s - \omega_r))t - \alpha + \delta\} \\ &\quad + \sin\{(\omega_m - (\omega_s - \omega_r))t + \alpha + \delta\}] \end{aligned}$$

✓ مشاهده می شود که گشتاور لحظه ای فوق، حاوی جملات سینوسی است. پس مقدار متوسط آن برابر با صفر است.

✓ برای اینکه گشتاور متوسط مخالف صفر شود، باید ضریب t برابر با صفر شود. پس شرط برقراری گشتاور متوسط این است که:

$$\omega_m = \pm(\omega_s \pm \omega_r)$$

۳-۵- ماشین های الکتریکی دوار با روتور استوانه ای

$$\omega_m = \pm(\omega_s \pm \omega_r)$$

✓ نتیجه اینکه: گشتاور متوسط بشرطی حاصل می شود که:

1. ماشین در جهت عقربه ساعت یا خلاف آن بچرخد.

2. سرعت چرخش باید برابر با مجموع یا تفاضل سزعت های زاویه ای جریان های روتور و استاتور باشد. یعنی:

$$|\omega_m| = |\omega_s \pm \omega_r|$$

✓ دو حالت زیر را بررسی می کنیم:

1. حالت اول: $\omega_r = 0, \alpha = 0, \omega_m = \omega_s$

2. حالت دوم: $\omega_m = \omega_s - \omega_r$

۳-۵- ماشین های الکتریکی دوار با روتور استوانه ای

1. حالت اول:

$$\omega_r = 0, \alpha = 0, \omega_m = \omega_s$$

در این حالت، جریان روتور، یک جریان DC است و سرعت چرخش، همان سرعت سنکرون است. در این حالت داریم:

$$T = -\frac{I_{sm}I_{rm}M}{4}[\sin\{(\omega_m + (\omega_s + \omega_r))t + \alpha + \delta\}$$

$$+ \sin\{(\omega_m - (\omega_s + \omega_r))t - \alpha + \delta\}$$

$$+ \sin\{(\omega_m + (\omega_s - \omega_r))t - \alpha + \delta\}$$

$$+ \sin\{(\omega_m - (\omega_s - \omega_r))t + \alpha + \delta\}]$$

$$\Rightarrow T = -\frac{I_{sm}I_R M}{2}\{\sin(2\omega_s t + \delta) + \sin \delta\}$$

همانگونه که مشخص است، گشتاور لحظه ای حاصل، حالت نوسانی یا ضربانی دارد و مقدار متوسط آن برابر است با:

$$T_{avg} = -\frac{I_{sm}I_R M}{2}\sin \delta$$

۳-۵- ماشین های الکتریکی دوار با روتور استوانه ای

۱. نکات حالت اول:

$$\omega_r = 0, \alpha = 0, \omega_m = \omega_s \quad T = -\frac{I_{sm}I_R M}{2} \{\sin(2\omega_s t + \delta) + \sin \delta\} \quad T_{avg} = -\frac{I_{sm}I_R M}{2} \sin \delta$$

نکته ۱: اگر ماشین تحت سرعت سنکرون بچرخد، گشتاور متوسط یک جهت تولید می کند و تبدیل انرژی همواره در سرعت ثابت سنکرون انجام می شود.

نکته ۲: این امر، اصول اساسی عملکرد موتورهای سنکرون را نشان می دهد که سیم پیچی روتور آنها، حامل جریان DC و سیم پیچی استاتور آنها، حامل جریان AC است.

نکته ۳: با توجه به رابطه اصلی گشتاور (اسلاید ۵۸)، ملاحظه می شود که به ازای $\omega_m = 0$ ، گشتاور متوسط حاصل نمیشود. در نتیجه، موتور های سنکرون خودراه انداز نیستند.

۳-۵- ماشین های الکتریکی دوار با روتور استوانه ای

۱. نکات حالت اول:

$$\omega_r = 0, \alpha = 0, \omega_m = \omega_s \quad T = -\frac{I_{sm}I_R M}{2} \{\sin(2\omega_s t + \delta) + \sin \delta\} \quad T_{avg} = -\frac{I_{sm}I_R M}{2} \sin \delta$$

نکته ۴: اگر استاتور این ماشین ها، حاوی یک سیم پیچ باشد، موتور سنکرون را تکفاز می نامند. در این موتورها، همانگونه

که ملاحظه شد، گشتاور لحظه ای ضربانی یا نوسانی است. این ضربانها، باعث ارتعاش، نوسانات سرعت، صدا و تلفات میشوند.

نکته ۵: گشتاور ضربانی را می توان با سه فاز کردن موتور از بین برد و اکثر موتورهاى سنکرون بزرگ، سه فاز هستند.

۳-۵- ماشین های الکتریکی دوار با روتور استوانه ای

2. حالت دوم:

$$\omega_m = \omega_s - \omega_r$$

در این حالت، از هر دو سیم پیچ روتور و استاتور جریان AC می گذرد و البته فرکانس های این دو جریان با هم متفاوت است.

باید دانست در این حالت، موتور دیگر تحت سرعت سنکرون نمی چرخد و به آن سرعت آسنکرون می گویند. بعبارت دیگر:

$$(\omega_m \neq \omega_s, \omega_m \neq \omega_r)$$

در این حالت، معادله گشتاور اصلی بصورت زیر تبدیل می شود:

$$T = -\frac{I_{sm}I_{rm}M}{4} [\sin\{(\omega_m + (\omega_s + \omega_r))t + \alpha + \delta\}$$

$$+ \sin\{(\omega_m - (\omega_s + \omega_r))t - \alpha + \delta\}$$

$$+ \sin\{(\omega_m + (\omega_s - \omega_r))t - \alpha + \delta\}$$

$$+ \sin\{(\omega_m - (\omega_s - \omega_r))t + \alpha + \delta\}]$$



$$T = -\frac{I_{sm}I_{rm}M}{4} [\sin(2\omega_s t + \alpha + \delta) + \sin(-2\omega_r t - \alpha + \delta) \\ + \sin(2\omega_s t - 2\omega_r t - \alpha + \delta) + \sin(\alpha + \delta)]$$

گشتاو لحظه ای، ضربانی است و مقدار متوسط آن برابر است با:

$$T_{avg} = -\frac{L_{sm}L_{rm}M}{4} \sin(\alpha + \delta)$$

۳-۵- ماشین های الکتریکی دوار با روتور استوانه ای

2. نکات حالت دوم:

$$\omega_m = \omega_s - \omega_r$$

نکته ۱: این حالت، جزو اصول مربوط به موتورهای القایی است که در آنها جریان استاتور AC بوده و جریان القا شده در روتور نیز AC است.

نکته ۲: با توجه به رابطه اصلی گشتاور (اسلاید ۶۱)، ملاحظه می شود که به ازای $\omega_m = 0$ ، گشتاور متوسط حاصل نمیشود. در نتیجه، موتورهای القایی یا آسنکرون خودراه انداز نیستند و اگر سرعت موتور به نحوی به $\omega_m = \omega_s - \omega_r$ برسد، گشتاور متوسط ظاهر می شود.

نکته ۳: برای حذف گشتاور ضربانی، از موتورهای القایی سه فاز استفاده می شود.

۳-۵- ماشین های الکتریکی دوار با روتور استوانه ای

نکته پایانی:

- ✓ در بخش های مختلف این فصل، تمرکز ما بر روی موتورهای استوار بود که در آنها انرژی الکتریکی به انرژی مکانیکی تبدیل می شود.
- ✓ اما عملکرد ژنراتورها هم مشابه موتورهای بوده و فقط جهت شارش توان تغییر می یابد.
- ✓ بنابر این مشخصه، علاوه بر موتورهای سنکرون و آسنکرون، ژنراتورهای سنکرون و آسنکرون وجود دارند.

پایان فصل دوم