فصل اول

مدارهای فشرده وقوانین کیرشف

مدارهای الکتریکی هیچگونه تازگی برای شما ندارد وهمه شما درسالهای پیش، درفیزیک دبیرستان و فیزیک دورهٔ عمومی وشاید هم درپاره‌ای از درسهای مهندسی با آنها مواجه بوده‌اید . معهذا مطالعهٔ مدارها ممکن است تا بحال بطورسطحی انجام گرفته باشد وشاید اغلب، حالتهای خاص بررسی شده باشد . دراین کتاب، نظریه اساسی مدارهای الکتریکی بطور «منظم»(۱) بنیان‌گذاری می‌شود . بطوریکه وقتی خواننده این کتاب را بپایان میرسانید ، ازلحاظ درك مدارها وتوانائی تجزیه و تحلیل درست هرمدار داده شده ، از خود مطمئن خواهد بود . علاوه براین ، ضمن تشریح اصولی نظریه مدارها ، خواننده با چند مفهوم اساسی دیگر که دربسیاری از رشته‌های مهندسی ، مانند ارتباطات ، کنترل و سیستمهای مکانیکی حائز اهمیت می‌باشند آشنا خواهد شد . بدینسان ، یک درس اصولی درنظریه مدارها ، دربرنامهٔ آموزشی یک مهندس ، بخصوص یک «مهندس برق» ، جنبهٔ اساسی دارد .

نظریه مدار (وهررشته مهندسی دیگر) متکی برمفهوم مدل سازی است . برای تجزیه و تحلیل هرسیستم فیزیکی پیچیده ، باید آن را بتوان بصورت یک مدل ایده‌آل(۲) ، که ازبهم پیوستن جزءهای ایده‌آل تشکیل می‌شود ، توصیف نمود . جزءهای ایده‌آل مدلهای ساده‌ای هستند که بمنظور نمایش‌دادن یا برآورد تقریبی خواص عناصر فیزیکی ساده یا پدیده‌های فیزیکی بکارمیروند . گرچه عناصروپدیده‌های فیزیکی را فقط می‌توان بطور تقریب توصیف نمود ، ولی عناصر ایده‌آل ، دقیقاً بموجب تعریف مشخص می‌شوند . درنظریه مدار ، ما مدارهایی راکه از عناصر ایده‌آل تشکیل می‌شوند بررسی می‌کنیم و همچنین خواص کلی آنهارا موردمطالعه قرارمیدهیم. برای یک مدار فیزیکی داده شده، میتوان مدلهای ایده‌آل آنرا درچند مرحله بدست آورد بقسمی که طرزکار این مدلها با طرزکار مدار فیزیکی بتدریج بهم نزدیکتر گردند . با تجزیه و تحلیل مدل مدار ، می‌توان طرز کار مدار فیزیکی را پیش‌بینی نموده ومدارهای بهتری طرح نمود .

مدلهائی که درنظریهٔ مدار بکار میروند مشابه مدلهای آشنا درمکانیک کلاسیک ، مانند ذره(۳) و

---

۱ — Systematic　　۲ — Ideal

۳ — Particle

جسم سخت[۱] میباشد. بخاطر آورید که ذره مدل یک‌شی بسیار کوچک میباشد. بموجب تعریف، یک ذره ابعاد فیزیکی صفر داشته ولی دارای جرم مثبت، موقعیت، سرعت وشتاب مشخصی میباشد. بطریق مشابه، فرض میشود که یک جسم سخت دارای شکل، جرم و اینرسی معینی بوده هرقدر نیروی وارد باین جسم زیاد باشد فاصلهٔ بین هیچ دونقطهٔ آن تغییر نمی‌کند. در دنیای فیزیکی، وقتی دقیقاً صحبت کنیم، چیزی مانند یک ذره یا جسم سخت وجود ندارد. درحالیکه درطرح‌ماشینها، هواپیماها، وموشکها این‌گونه مدلهای ایده‌آل بطور موفقیت‌آمیزی بکار میروند. اجزاء مدار مانند آنهایی که در فصل ۲ موردبحث قرار می‌گیرند، مدلهائی‌هستند که عنصر فیزیکی‌را دقیقاً و بدون‌تقریب مشخص‌میکند. آنها ایده‌آل شدهٔ خواص فیزیکی عناصر عملی که بطور تجارتی عرضه می‌شوند هستند. یک مدار، از بهم پیوستن اجزاء مدار تشکیل می‌شود وما مدارهای عملی را بکمک مدلهای ایده‌آل شدهٔ آنها طرح و تجزیه و تحلیل می‌کنیم.

بطور کلی‌دونوع‌مداروجود دارد: «مدارهای‌فشرده»[۲] و«مدارهای گسترده[۳]». دراین کتاب، ما تنها مدارهای‌فشرده را درنظرخواهیم‌گرفت. این کار به دو دلیل انجام میگیرد: اول اینکه فهمیدن وطرح مدارهای فشرده ساده‌تر است. آنها مشابه سیستم‌های مکانیکی هستند که از مجموعهٔ ذره‌هایی که رویهم اثر متقابل‌میکنند تشکیل می‌شوند. دوم اینکه نظریه مدارهای گسترده را می‌توان برمبنای‌مدارهای فشرده قرار داد. درواقع یک‌مدار گسترده را می‌توان بصورت حد ودنباله‌ای از مدارهای فشرده درنظر گرفت، همانطوریکه معادلات تارمرتعش[۴] و غشاء[۵] را می‌توان بصورت حد سیستمی از ذره‌های عمل کننده رویهم، وقتیکه تعداد ذرات بسمت بینهایت وفاصلهٔ آنها بسمت صفر میل میکند درنظر گرفت.

۱- مدارهای فشرده

مدارهای فشرده از بهم پیوستن «عناصر فشرده» بدست میآیند. مثالهائی از عناصر فشرده عبارتند ازمقاومت، سلف، خازن وترانسفورماتور که‌درآزمایشگاه با آنها مواجه بوده‌اید و می‌توانید آنها را روی‌دستگاه رادیو هم ببینید. خاصیت عمدهٔ عناصر فشرده کوچکی‌اندازهٔ آنها میباشد (درمقایسه باطول موجی که با فرکانس طبیعی کارآنها متناظر است). ازنقطه

---

۱ — Rigid body
۲ — Lumped Circuits
۳ — Distributed Circuits
۴ — String
۵ — Membrance

نظر کلی حوزهٔ الکترومغناطیسی ، عناصر فشرده ویژگی‌های نقطه‌ای[1] هستند . یعنی ابعاد فیزیکی آنها قابل صرفنظر کردن است. ازاین لحاظ ، آنها مشابه یک ذره می‌باشند. عناصر فشرده ممکن است ، مانند مقاومت یا خازن ، دوسر داشته باشند ویا ، مانند ترانسفورماتور و ترانزیستور ، بیش از دوسر داشته باشند . برای عناصر فشرده «دوسر» میتوان نشان‌داد که قوانین عمومی مربوط بـه حوزه الکترومغناطیسی ، توأم با محدودیت اندازهٔ فیزیکی کـه در بالا بآن اشاره شد لازم میدارندکـه جریانی کـه وارد یک‌سرآن میشود با جریانی کـه از سر دیگر خارج می‌شود برابر باشد ، و اختلاف ولتاژ دوسر را ، بـا اندازه‌گیری فیزیکی ، میتوان بدون هیچ ابهامی مشخص نمود . بنابراین «برای عناصر فشرده دو سر جریانی که ازعنصر می گذرد و ولتاژ دوسرآن کمیت‌های کاملاً معینی هستند ، و برای عناصر فشرده‌ای که بیش از دوسر دارند جریانی که وارد هرسر می‌شود و ولتاژ بین هرجفت سر نیز ، درهمه لحظه‌ها ، کمیت‌های کاملاً معینی می‌باشند» .

دربقیه این کتاب ، هرنوع بهم پیوستنی از عناصر فشرده را کـه درآن ابعاد مدار در مقایسه باطول موج متناظر با بالاترین فرکانس موردنظر کـوچک باشد **مدار فشرده** گفته خواهد شد .

مادامیکـه این محدودیت اندازهٔ مدار برقرار بـاشد ، قوانین جریـان و ولتاژ کیرشف (که دربخش‌هـای ۳ و ۴ مورد بحث قرار خواهند گرفت) معتبر خواهند بود . محدودیت فوق نتیجهٔ این واقعیت است که قوانین کیرشف با تقریب از معادلات معروف ماکسول ـ که قوانین عمومی میدان الکترومغناطیسی را بیان می کنند ـ نتیجـه می‌شونـد . تقریب فوق ، مشابه این‌واقعیت است که قوانین نیوتن درمکانیک کلاسیک ، با تقریب از قوانین‌مکانیک نسبیت[2] نتیجه می‌شوند . با وجود تقریبی بودن قوانین کیرشف و نیوتن ، می‌توان آنهارا درتعداد زیادی ازمسائل عملی بکار برد و این‌اهمیت نظری وعملی زیادتری به‌این‌معادلات میدهد .

برای نشان‌دادن نتیجه محدودیت اندازهٔ یک مدار ، حالتهای زیر را درنظرمیگیریم:

(۱) بالاترین فرکـانس برای یک مدارصوتی[3] ممکن است ۲۰ کیلوسیکل بـاشد که طول موج متناظر با آن :

---

۱ — Point singularities

۲ — Relativistic

۳ — Audio circuit

$$\lambda=\frac{3\times10^{8}}{25\times10^{3}}=12\ \text{km}\approx 7.5\ \text{مایل}\quad(\bullet)$$

می‌باشد . این مقدار خیلی بزرگتر از اندازهٔ یک مدار آزمایشگاهی است .

(۲) برای یک مدار کامپیوتر ، فرکانس ممکن است 500 MHz باشد که در آن حالت :

$$\lambda=\frac{3\times10^{8}}{5\times10^{8}}=60\ \text{Cm}\approx 2\ \text{فوت}$$

است و بنابراین تقریب فشرده ممکن است مناسب نباشد .

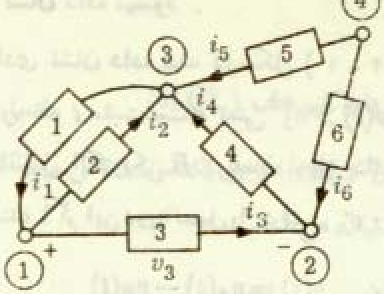
(۳) برای یک مدار مایکروویو که در آن λ مقداری بین ده سانتیمتر و یک میلیمتر است، ما با حفره‌های تشدید کننده[1] روبرو خواهیم بود و در آنجا یاد میگیریم که معادلات کیرشف برای این تشدید کننده‌ها صدق نمی کنند زیرا آنها در فرکانسهایی که طول موج آنها در حدود اندازهٔ ابعاد حفره‌ها می‌باشند کار میکنند .

چنانکه قبلاً گفته شد ، یک **مدار فشرده** ، بموجب تعریف ، عناصر فشردهٔ بهم پیوسته است . در یک مدار فشرده ، عناصر دوسر **شاخه‌ها**[2] و سرهای عناصر **گرهها**[3] خوانده‌میشود+ . شکل (۱-۱) یک‌مدار فشرده را نشان‌میدهد که دارای چهار گره (که بصورت ❶ و ❷ و ❸ و ❹ شماره گذاری شده‌اند) وشش شاخه (که بصورت ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ و ۶ شماره گذاری شده‌اند) میباشد . ولتاژ دوسر یک شاخه (که **ولتاژ شاخه** خوانده میشود) وجریان داخل یک شاخه (که **جریان شاخه** خوانده می‌شود) متغیرهای اساسی موردتوجه درنظریه مدار هستند. بنابراین ، j_3 جریان شاخهٔ ۳ و v_3 ولتاژ شاخهٔ ۳ است.

• نشانه $\approx$ یعنی «تقریباً مساوی است»

۱ — Cavity resonator ۲ — Branches
۳ — Nodes

+ ما اغلب کلمه‌های «گره» و «سر» را بجای‌هم بکار میبریم . بعدها کلمه « گره » مفهوم کلمه «سر» را بیان خواهد نمود که در آن چند عنصر بهم پیوسته‌اند . همچنین ، امروزه ، کلمه‌های «شاخه» و «عنصر» را بجای هم بکارمیبریم درحالیکه کلمهٔ شاخه ازبعضی لحاظ عمومی‌تراست .

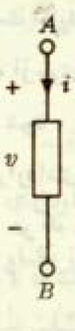


شکل ۱-۱- یک مدار فشرده با شش شاخه وچهار گره

بمنظور مشخص کردن جهت‌ها ، یک جهت قراردادی «بطور دلخواه» برای جریان و یک جهت قراردادی برای ولتاژ درنظر می گیریم . ما بخش بعد را به این جهت‌های قراردادی اختصاص میدهیم .

۲- جهت‌های قراردادی(۱)

یک عنصر فشرده دلخواه با دوسر A و B را مطابق شکل (۱ - ۲) درنظر میگیریم . این عنصر ممکن است مقاومت، سلف یا دیود(۲) باشد ، درحال‌حاضر ماهیت آن هیچ اهمیتی ندارد . برای تعمیم ، ما به‌این عنصر دوسر «شاخه» خواهیم گفت . برای یک مهندس بسیار لازم‌است که درمورد معنی جهت‌های قراردادی ولتاژ شاخه v و جریان شاخه i بسیار دقیق باشد . جهت قراردادی برای‌ولتاژ بوسیلهٔ علامتهای $+$ و $-$ ، که نزدیک سرهای



شکل ۱-۲- یک عنصر فشرده دوسر (یا یک شاخه) با گره‌های AوB . جهت قراردادی برای ولتاژ شاخه v و جریان شاخه i جهت‌های قراردادی نشان داده شده‌اند.

---

۱ — Reference directions ۲ — Diode

A و B درشکل (۱ - ۲) گذارده شده است ، نشان داده میشود . جهت قراردادی برای جریان بوسیله یک پیکان نشان داده میشود .

مطابق جهت قراردادی نشان داده شده در شکل (۱ - ۲) برای ولتاژ ، بموجب قرارداد، «ولتاژ شاخه v درلحظه t مثبت‌است» یعنی $[v(t)>o]$ اگر پتانسیل الکتریکی A درلحظهٔ t بزرگتر از پتانسیل الکتریکی B درهمان لحظه باشد و هردو پتانسیل نسبت به‌یک‌مبدأ سنجیده شده باشند، اگر این دوپتانسیل را بترتیب v_A و v_B بنامیم، دراینصورت:

$$v(t)=v_A(t)-v_B(t)$$

مطابق جهت قراردادی نشان داده شده درشکل (۱ - ۲) برای جریان ، « جریان i درلحظهٔ t وقتی مثبت است» [یعنی $i(t)>o$] که ، در زمان t ، شاری از بارهای‌مثبت ازگره A وارد شاخه شود و ازگره B خارج شود .

توجه به‌این نکته حائز اهمیت است کـه جهت‌های قراردادی را میتوان بطور دلخواه تعیین نمود . زیرا آنها بتنهائی دربارهٔ اینکه چه اتفاقی بطور فیزیکی درمدار رخ میدهد ، هیچ اطلاعاتی بما نمیدهند. بعنوان مثال ، فقط وقتیکه عبارت $v(t)>o$ با جهت‌قراردادی برای ولتاژ توأم گردد ، می‌توانیم دربارهٔ ولتاژهای نسبی گره‌های A و B اطلاعاتی بدست آوریم .

ازآنچه گفته شد واضح است که میتوان بیک شاخه ، یک‌جهت قراردادی دلخواه ولتاژ و یک جهت قراردادی جریان تعیین نمود واصولاً این‌جهت‌های قراردادی‌مستقلند. معمولاً متداول‌است که جهت‌هایی که **جهت‌های قراردادی‌متناظر** [۱] خوانده می‌شودانتخاب شوند . جهت قراردادی ولتاژ شاخه وجهت قراردادی جریان شاخه را **متناظر** گویندا گر جریان مثبت ازسری که علامت + دارد وارد شاخه شده ازسری کـه علامت — دارد از شاخه خارج شود . جهت‌های قراردادی نشان‌داده شده درشکل(۱ - ۱) و (۱ - ۲) هردو جهت‌های قراردادی‌متناظرمی‌باشند. با یادآوری یک‌مطلب اساسی از درس فیزیک ملاحظه می کنیم که هرگاه جهت‌های قراردادی متناظر بکار رود حاصلضرب $v(t)\,i(t)$ «توانی‌است که درلحظهٔ t به شاخه تحویل داده میشود» .

---

۱ — Associated reference direction

اکنون به‌بیان وتشریح جزئیات قوانین اصلی که درمورد مدارهای فشرده بکارمی‌روند می‌پردازیم .

۲- قانون جریان کیرشف (KCL)

ابتدا قانون‌جریان کیرشف‌را برای یک‌حالت‌خاص بیان کرده ، سپس مفهوم آنرا توسعه داده وصورت کلی آنرا بیان می کنیم .

قانون جریان کیرشف

درهرگره ازهرمدار الکتریکی فشرده ودرهرلحظه از زمان ، مجموع جبری جریان همه شاخه‌هایی که ازآن‌گره خارج میشوند برابرصفراست .

دربکاربردن KCL درهرگره خاص، ابتدا یک‌جهت قراردادی برای جریان هرشاخه تعیین‌می کنیم ودرجمع‌جبری به‌جریان شاخه‌هایی که جهت قراردادی‌آنها ازگره دور می‌شود علامت مثبت و بجریان شاخه‌هایی که جهت قراردادی آنها به گره نزدیک میشود علامت منفی میدهیم . بعنوان مثال ، وقتی KCL را درگره ❷ مدار نشان داده شده درشکل (۱ - ۱) بکاربریم چنین نتیجه میشود :

$$i_4(t)-i_2(t)-i_3(t)=0 \qquad \text{برای همه } t \qquad (۲-۱)$$

زیرا جریان شاخه i_4 دارای جهت قراردادی است که ازگره دور می‌شود درحالیکه جریان شاخه‌های i_2 و i_3 دارای‌جهت قراردادی‌هستند که به گره نزدیک می‌شوند. بطریق‌مشابه ، برای گره ❶ ، KCL بیان میدارد که :

$$-i_1(t)+i_2(t)+i_3(t)=0 \qquad \text{برای همه } t \qquad (۲-۲)$$

که درآنجا جمله اول باید دارای علامت منفی باشد زیرا جهت قراردادی جریان i_1 به آن گره نزدیک می‌شود . دراین فصلهای مقدماتی ، معادلاتی که از بکار بردن KCL در گره‌های مختلف بدست می‌آیند ، نظیر معادلات (۱ - ۲) و (۲ - ۲) ، را «معادلات گره» می‌نامیم .

قانون جریان کیرشف دارای اهمیت بسیار زیادی است . ساده بودن این قانون و آشنایی قبلی ما با آن ممکن‌است برخی‌از خواص عمدهٔ آنرا پنهان سازد . بمنظور تأکید این خواص **تبصره‌های**[۱] زیر درج می‌شود .

تبصره ۱- KCL یک محدودیت «خطی» روی جریان شاخه‌ها برقرار میکند . بعبارت دیگر ، معادلات(۱ - ۳) و (۲ - ۳) معادلات‌جبری «خطی همگن»[۲] (باضرایب ثابت) ازمتغیرهای i_1 ، i_2 ، i_3 ، i_4 و i_5 میباشد .

تبصره ۲- KCL درمورد هرمدارالکتریکی فشرده بکارمیرود و اینکه عناصر مدار خطی ، غیرخطی، اکتیو، پسیو ، تغییرپذیر با زمان ، تغییر ناپذیر با زمان و غیره باشند اهمیتی درکاربرد این قانون ندارد . (معنی دقیق این صفات درفصلهای بعد دیده خواهد شد) نحوه دیگر بیان این مطلب آنستکه بگوئیم : "KCL به ماهیت اجزاء مدار بستگی ندارد" .

تبصره ۳- اگر بخاطر بیاوریم که جریان داخل یک شاخه ، مقدار بارالکتریکی جاری شده در واحد زمان ازآن شاخه را مشخص‌میکند ، واضح است که KCL بیان‌میدارد که بارالکتریکی‌درهیچ گرهی‌جمع نمیشود. بعبارت‌دیگر ، « KCL اصل‌بقای بارالکتریکی را درهرگره بیان میکند» .

تبصره ٤- یک‌مثال برای‌حالتی که KCL درآن‌صدق‌نمی‌کند **آنتن شلاقی**[۳]، مثلاً درموتور سیکلت یک پلیس، میباشد. واضح است هنگامیکه آنتن کار میکند، جریانی درپایه آنتن وجود دارد درحالیکه جریان نوك آنتن درهرلحظه مساوی صفر است . ازطرف دیگر، این حقیقت را هم میدانیم که طول این آنتن درحدود یک چهارم طول موج متناظر با فرکانس کارآنتن است . بنابراین ، این آنتن یک مدارفشرده نیست و ما نباید انتظار داشته باشیم که KCL درموردآن صدق کند .

---

۱ — Remarks ۲ — Homogeneous

۳ — Whip antenna

٤- قانون ولتاژ کیرشف KVL

برای اینکه قانون ولتاژ کیرشف را بیان کنیم باید بدانیم که منظور ما از یک حلقه[1] چیست. درفصل نهم، تعریف دقیق حلقه وقتیکه شبکه های کلی معرفی میشوند دیده خواهد شد. آنچه ظاهراً احساس می‌شود، منظور از یک‌حلقه یک مسیر[2] بسته است. بنابراین اگر ما یک مدار را بصورت تعدادی ازشاخه های بهم پیوسته درگرهها درنظر بگیریم، یک مسیر بدین‌ترتیب تشکیل میشود که ازیک گره شروع کرده یک یا چند شاخه را بطورمتوالی طی‌می کنیم ودریک گره‌دیگرمتوقف می‌شویم. یک‌مسیر بسته، مسیری‌است که گره‌ابتدایی و گره انتهایی آن رویهم منطبق باشند.

قانون ولتاژ کیرشف

درهر حلقه ازهر مدارالکتریکی فشرده ودرهر لحظه از زمان، مجموع جبری ولتاژهای شاخه‌های حلقه برابر صفر است.

برای بکار بردن KVL، یک‌جهت قراردادی برای‌حلقه تعیین میکنیم. درمجموع جبری که KVL را بیان میکند، ولتاژ شاخه‌هایی که جهت قراردادی‌آنها باجهت قراردادی حلقه یکی‌است‌را با علامت مثبت وولتاژ شاخه‌هایی که‌جهت قراردادی‌آنها باجهت‌قراردادی حلقه یکی نیست را با علامت منفی درنظر میگیریم.

مثال- مدار شکل (۱ - ٤) را درنظر بگیرید.

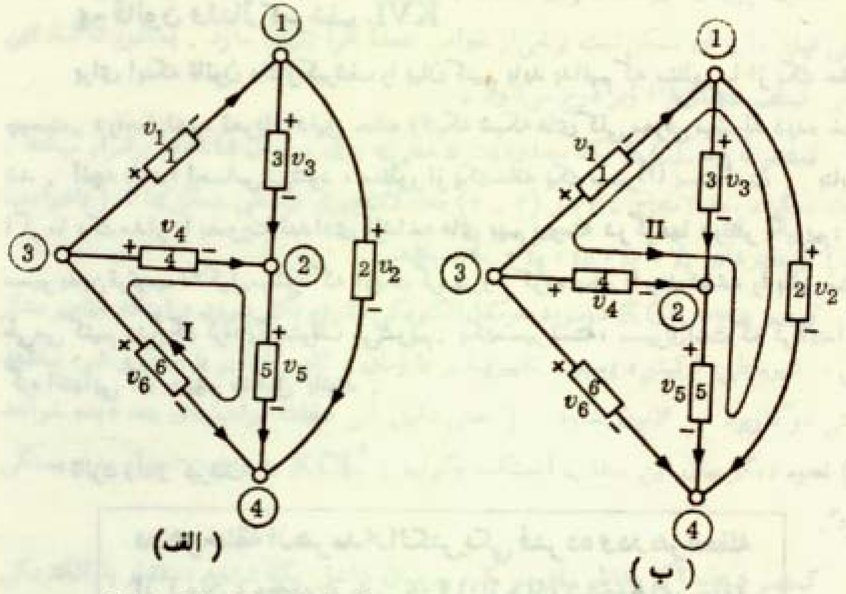
الف- وقتی KVL درحلقه I که ازشاخه‌های ٤ و ٥ و ٦ تشکیل می‌شود بکار رود چنین نتیجه می‌شود:

$$v_4(t)+v_5(t)-v_6(t)=0 \qquad \text{برای همه } t \qquad (4-1)$$

جهت قراردادی‌انتخاب شده برای‌این‌حلقه (مشخص‌شده با I) درشکل(۱-٤ الف) دیده می‌شود. جهت قراردادی ولتاژهای شاخه‌های ٤ و ٥ موافق جهت قراردادی حلقه I

---

۱ — Loop ۲ — Path



شکل ۱-۴- مثال‌تشریح کننده KVL ، حلقه‌های I و II مشخص شده‌اند.

بوده درحالیکه جهت قراردادی ولتاژ شاخه ۶ موافق‌جهت‌قراردادی‌حلقه I نیست. بنابراین v_4 و v_5 را با علامت مثبت و v_6 را با علامت منفی درنظر میگیریم.

ب ـ وقتی KVL را درحلقه II که ازشاخه‌های ۱ و ۴ و ۵ و ۲ تشکیل میشود بکار بریم چنین نتیجه می‌شود :

$$-v_1(t)+v_4(t)+v_5(t)-v_2(t)=0 \qquad \text{برای همه } t \qquad (4-2)$$

جهت قراردادی این حلقه (مشخص شده با II) درشکل (۱ ـ ۴ ب) دیده میشود.

دراین فصلهای مقدماتی ، معادلاتی که از بکار بردن KVL درحلقه‌های مختلف بدست می‌آید ، نظیر (۱ ـ ۴) و (۲ ـ ۴) ، را معادلات حلقه می‌نامیم . بمنظور تأکید اهمیت این‌قانون مهم ، تبصره‌های زیر درج میشود :

تبصره ۱- KVL یک محدودیت «خطی» بین ولتاژهای شاخه‌های یک حلقه برقرار میسازد .

تبصره ۲- KVL درمورد هرمدارالکتریکی فشرده بکارمیرود و اینکه عناصر مدار

خطی ، غیرخطی ، اکتیو ، پسیو ، تغییرپذیر با زمان ، تغییرناپذیر با زمان و غیره باشند اهمیتی درکاربرد این قانون ندارد . بعبارت‌دیگر، «KVL به ماهیت اجزاء مدار بستگی ندارد» .

۵- طول موج و ابعاد مدار*

منظور ازاین بخش آنستکه بطور ساده و حسی[1] بحث کنیم که اگر ابعاد یک مدار قابل مقایسه یا حتی بزرگترازطول موج متناظر با بالاترین فرکانس موردنظر باشد چه‌اتفاقی روی میدهد . برای بررسی این شرط گیریم که d بزرگترین بعد یک مدار و c سرعت انتشار امواج الکترومغناطیس و λ طول موج بالاترین فرکانس موردنظر و f فرکانس باشد . این شرط بیان میدارد که :

d درحدود λ و یا بزرگتر از آنست (۱—۵)

حال $\tau \triangleq d/c$ زمان لازم برای انتشار امواج الکترومغناطیسی از یک سرمدار تا انتهای دیگر آنست+ . چون :

$$\frac{\lambda}{c}=\frac{1}{f}=T \qquad \text{و} \qquad f\lambda=c$$

که درآن T پریود بالاترین فرکانس موردنظر است . بنابراین شرط ارتباط دهنده ابعاد مداروطول موج را می‌توان بطرز دیگری برحسب زمان ، بصورت زیر بیان کرد :

τ درحدود T و یا بزرگتر ازآنست (۲—۵)

بنابراین با بخاطر آوردن تبصره‌های مربوط به‌امکان بکار بردن KCL و KVL درفرکانسهای بالا ، میتوان گفت مادامیکه زمان انتشار امواج الکترومغناطیسی در داخل محیطی که مدار درآن قرار دارد بطور قابل ملاحظه‌ای کوچکتر از پریود بالاترین فرکانس موردنظر باشد KCL و KVL درمورد هرمدار فشرده‌ای برقرارست .

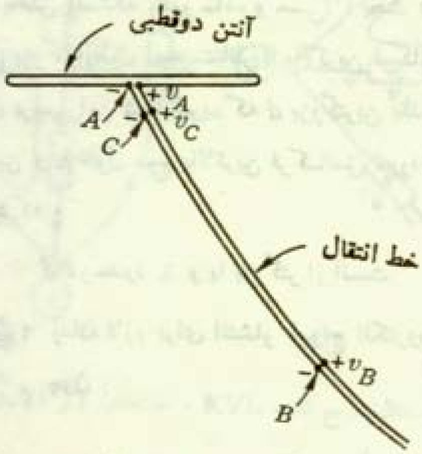
---

* بخشها و زیر بخشهایی که با علامت * مشخص میشوند میتوانند بدون برهم زدن پیوستگی مطالب کتاب حذف شوند .

1 — Intuitively

+ علامت $\triangleq$ بمعنی تساوی بموجب تعریف است .

مثال- برای درک اهمیت شرایط ذکرشده در (۱-۵) و (۲-۵) یک آنتن **دوقطبی**[1] گیرندهٔ FM و خط انتقال ۳۰۰ اهمی که آنرا به گیرنده متصل میکند را درنظر میگیریم. اگر ما خط انتقال را بررسی کنیم ملاحظه می‌شود که از دوسیم مسی موازی که داخل ماده عایقی پلاستیکی قراردارد وبوسیله همین ماده درفاصله ثابتی از یکدیگر نگاهداشته می‌شود، تشکیل شده است.



شکل ۱-۵- یک آنتن دوقطبی که بیک خط انتقال وصل شده است.

تشکیل شده است. برای سادگی فرض میکنیم که خط انتقال ازسمت راست بینهایت طویل است (به شکل (۱ - ۵) مراجعه شود). اگر امواج الکترومغناطیسی با سرعت بینهایت منتشر شود، دراینصورت بمحض اینکه ولتاژی درآنتن القاء شود این ولتاژ بطور همزمان درهرقسمت خط ظاهر میگردد. اما برای ملاحظهٔ اینکه اگر سرعت انتشار بینهایت نباشد و مثلاً ۳×۱۰^۸ متر برثانیه باشد چه اتفاقی رخ میدهد، فرض می کنیم که یک ولتاژ سینوسی با فرکانس ۱۰۰ MHz درآنتن ظاهر شود. دراین‌صورت:

$$v_A(t) = V_0 \sin(2\pi \times 10^8 t)$$

که درآن V_0 ثابتی است برحسب ولت و t برحسب ثانیه بیان میشود. حال ببینیم که درنقطهٔ B که مثلاً بفاصلهٔ ۱٫۵ متری پائین خط قرار دارد چه اتفاقی می‌افتد. چون سرعت

---

1 — Dipole

انتشار برابر 3×10^{8} متر برثانیه است ولتاژ درنقطه B بمقدار :

$$1.5/(3\times 10^{8}) = 5\times 10^{-9}\ \text{sec}$$

نسبت به‌ولتاژ درنقطه A ، عقب می‌افتد و بنابراین :

$$v_B(t) = V_0 \sin(2\pi\times 10^{8})\,(t-0.5\times 10^{-8})$$

$$= V_0 \sin(2\pi\times 10^{8}\,t-\pi)$$

$$= -V_0 \sin(2\pi\times 10^{8}\,t) = -v_A(t)$$

درلحظه t ولتاژ خط درنقطه B درست مخالف ولتاژ نقطه A است ! حقیقت اصلی اینستکه تفاوت بین $v_A(t)$ و $v_B(t)$ ناشی از زمان انتشار میباشد که دراین حالت قابل صرفنظر کردن نیست . درواقع زمان انتشار از A تا B برابر ۵ nsec (5×10^{-9} sec) است و پریود کامل سیگنال سینوسی v_A برابر ۱۰ n sec است .

حال ، اگر برحسب طول موج فکر کنیم ، چنین بدست می‌آوریم که درفرکانس ۱۰۰ MHz :

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times 10^{8}}{10^{8}} = 3\ \text{m}$$

بنابراین فاصلهٔ A تا B نصف طول موج میباشد .

البته چنانچه ما v_A و v_C را باهم مقایسه می کردیم که درآن نقطه C مثلاً بفاصله یک سانتیمتری سمت راست A قرار دارد دراینصورت زمان انتشار از A تا C درحدود 4×10^{-11} sec بوده و :

$$v_C(t) = V_0 \sin\left[2\pi\times 10^{8}\,(t-4\times 10^{-11})\right]$$

$$= V_0 \sin(2\pi\times 10^{8}\,t-0.025)$$

یعنی فاز v_C بمقدار ۰٫۰۲۵ رادیان ، که تقریباً برابر ۱٫۳ درجه میباشد ، از v_A عقب‌تر است . بالنتیجه ، برای همه t ، $v_A(t) \approx v_C(t)$

خلاصه

● قوانین کیرشف ومدل عناصر فشرده یک مدار درصورتی معتبرند که بزرگترین بُعد فیزیکی مدار، درمقایسه با طول موج بالاترین فرکانس موردنظر، کوچک باشد. تحت این شرایط، ولتاژ دوسر هرشاخه، یا هرجفت گره، کاملاً معین می‌باشد و جریانیکه ازیک سر وارد هرعنصر میشود کاملاً معین بوده وبرابر جریانی‌است که ازسردیگرآن خارج می‌شود.

● قانون جریان کیرشف KCL بیان میکند که درهر گره از هرمدار الکتریکی فشرده و درهرلحظه از زمان، مجموع جبری‌جریانهای همه شاخه‌هایی که ازگره خارج‌میشوند برابر صفر است.

● قانون ولتاژ کیرشف بیان میکند که درهرحلقه از هرمدار الکتریکی فشرده و در هرلحظه از زمان، مجموع جبری ولتاژهای همه شاخه‌های حلقه برابر صفر است.

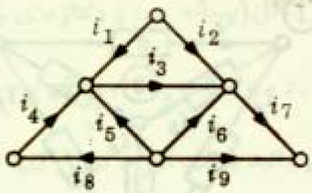
● قوانین کیرشف محدودیت‌های خطی روی ولتاژ شاخه‌ها و جریان شاخه‌ها برقرار میسازند و بعلاوه آنها به ماهیت عناصر مدار بستگی ندارند.

● هرگاه درشاخه‌ای جریان‌مثبتی‌از سری که علامت + دارد واردشده واز سری که علامت − دارد خارج شود، جهت قراردادی ولتاژ و جهت قراردادی جریان این شاخه را جهت‌های قراردادی متناظر مینامیم. با انتخاب‌جهت‌های قراردادی متناظر، توان تحویل داده شده به شاخه برابرباحاصلضرب ولتاژ شاخه و جریان شاخه میباشد.

مسائل :

محاسبه‌طول‌موج ۱- یک گیرندهFM توسط کابلی‌بطول۲m به‌آنتن‌متصل است. بادرنظر گرفتن اینکه گیرنده برای فرکانس ۱۰۰ MHz تنظیم شده است، آیا میتوان گفت که جریان‌لحظه‌ای در ورودی گیرنده باجریان‌درسرهای‌آنتن‌مساوی‌است؟ واگرچنین‌نیست، برای چه طول تقریبی کابل این جریانها برابر خواهند بود؟

KCL ۲- بعضی از جریانهای شاخه‌های مدار نشان داده شده در شکل (مسأله ۲-۱) مانند $i_1=۲$ ، $i_۳=۱$ ، $i_۷=۲$ و $i_۸=۳$ معلوم‌است (برحسب آمپر).



شکل (مسأله ۲-۱)

آیا با این اطلاعات میتوانید جریانهای بقیه شاخه‌ها را حساب کنید ؟ توضیح دهید . (جریانهایی را که میتوانید حساب کنید تعیین کرده و اطلاعات اضافی را که برای محاسبهٔ جریانهایی که نمیتوانید حساب کنید احتیاج دارید بیان نمائید) .

KVL ۳- فرض کنید در مدار مسأله ۲ ، جهت‌های قراردادی متناظر برای ولتاژ شاخه‌ها انتخاب شده باشد ، و ولتاژهای شاخه‌های زیر داده شده باشند :

$$v_1 = v_3 = v_6 = v_9 = 1 \quad \text{ولت}$$

آیا با این اطلاعات میتوانید ولتاژهای بقیه شاخه‌ها را حساب کنید ؟ توضیح دهید .

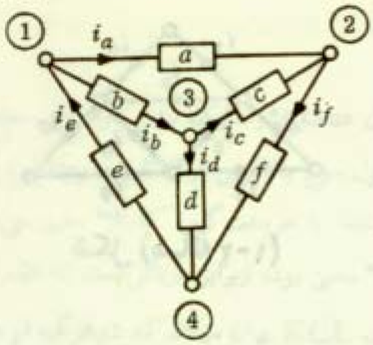
KVL و **KCL** ٤- درمدار نشان داده شده درشکل (مسأله ٤ - ۱) ، برای جهت‌های قراردادی متغیرهای شاخه‌ها جهت‌های قراردادی متناظر انتخاب می‌شود .

الف - KCL را برای گرههای ❶ ، ❷ ، ❸ و ❹ بکار برید . نشان دهید که معادله KCL که برای گره ❹ نوشته میشود نتیجه‌ای از سه معادله پیشین است .

ب - حلقه‌ای را که شاخهٔ درونی نداشته باشد مِش[1] خوانند . KVL را برای سه مِش مداری که درشکل دیده میشود بنویسید . همچنین KVL را برای حلقه‌های afe - abdf - acde و bcfe بنویسید ونشان دهید که این معادلات نتیجه سه معادلهٔ مِش پیشین است .

---

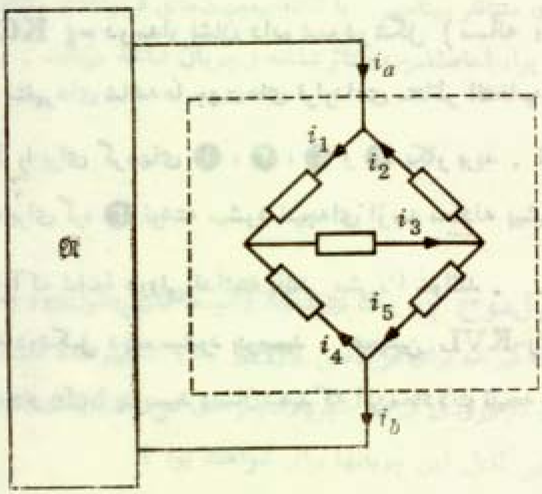
۱ — Mesh



شکل (مسأله ٤-١)

حلقه ٥- درمدار نشان داده شده درشکل (مسأله ٤ - ١) همه حلقه‌های ممکن را مشخص سازید .

KCL ٦- قسمتی از مدار نشان داده شده درشکل (مسأله ٦ - ١) که باخط چین مشخص شده‌است را میتوان بعنوان یک عنصر دوسر که به بقیه مدار $\mathcal{N}$ متصل است درنظر گرفت . آیا $i_a = i_b$ است ؟ پاسخ خود را ثابت کنید .

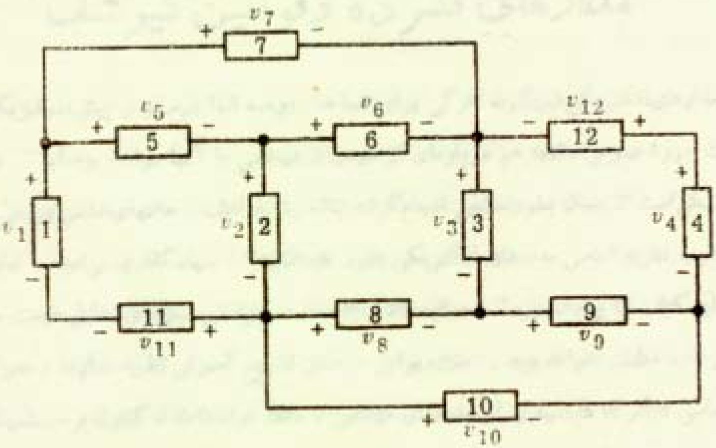


شکل (مسأله٦-١)

۷- KVL درمدار شکل(مسأله ۷-۱) ولتاژهای زیر برحسب ولت داده شده‌اند:

$$v_1=10 \text{ ، } v_2=5 \text{ ، } v_4=-2 \text{ ، } v_6=2 \text{ ، } v_7=-3 \text{ و } v_{12}=8$$

ولتاژهای شاخه‌هایی را که میتوانید بدست آورید تعیین کنید .



شکل مسألهٔ ۷-۱

۸- KCL درمدار شکل(مسأله ۷-۱) جریانهای شاخه‌ها درجهت‌های قراردادی متناظر اندازه‌گیری و نتایج زیر برحسب آمپر داده شده‌اند :

$$i_1=2 \text{ ، } i_7=-5 \text{ ، } i_4=5 \text{ ، } i_{10}=-3 \text{ ، } i_3=1$$

آیا میتوانید جریانهای بقیه شاخه‌ها را تعیین کنید؟ جریان شاخه‌هایی را که میتوانید بدست بیاورید تعیین کنید .

۹- KCL درمدار شکل (مسأله ۷-۱) جریانهای شاخه‌هادرجهت‌های قراردادی متناظر اندازه‌گیری شده‌اند . ثابت کنید :

$$i_1+i_2+i_3+i_4=0$$

$$i_7+i_9+i_8+i_{10}=0$$

فصل دوم

اجزاء مدار

عناصری که درساختمان مدارهای فشرده‌الکتریکی بکارمیروند عبارتند از: مقاومت ، دیود[1]، ترانزیستور ، لامپ خلاء ، خازن ، سلف ، ترانسفورماتور و غیره . هرعنصری به منظور استفاده از یک خاصیت اصلی فیزیکی طرح شده است . متأسفانه معمولاً ساختن یک عنصر فیزیکی که فقط یک خاصیت اصلی فیزیکی را نشان دهد ممکن نیست . مثلاً یک مقاومت ، جسم هادی دوسری است که انرژی الکتریکی را به‌انرژی‌حرارتی تبدیل میکند و ولتاژ $v(t)$ دوسرآن تنها به‌جریان $i(t)$ داخل آن بستگی دارد . این ، یک تصویر فیزیکی تقریبی است زیرا هرجریانی یک حوزه مغناطیسی ایجاد میکند و درنتیجه هرمقاومتی مقداری انرژی درحوزه مغناطیسی خود ذخیره میناید . معمولاً انرژی ذخیره شده آنقدر کم است که میتوان آنرا درتجزیه تحلیل و طرح مدار نادیده گرفت . بنابراین ، یک مقاومت را تنها بطور تقریبی میتوان بعنوان مدلی که درقانون اهم[2] صدق میکند تصور نمود . این مدل سازی تقریبی نشان دهنده این واقعیت اساسی‌است که درتجزیه تحلیل وطرح مدارهای الکتریکی باید بادرنظرگرفتن «تقریب‌هائی»[3] ،مدلهای‌مناسبی‌را انتخاب نمود، زیرا مطالعه دقیق‌خواص فیزیکی‌اغلب عناصرمدار ، تقریباً امکان‌پذیر نیست. دراینجا، موقعیت ما نظیر فیزیک‌دانی‌است که نمیتواند تشکیلات آزمایشی مورد استفاده خود را بطور کاملاً دقیق توصیف کند. مثلاً ، او بمعرفی مفهوم یک ذره میپردازد ، با اینکه میداند هرشیئی فیزیکی دارای ابعاد فیزیکی‌است ، یا یک جسم سخت را تعریف میکند ، درصورتیکه کلیه اجسام درفیزیک دارای‌خواص الاستیک هستند. با روش مشابهی درتئوری مدار، عناصر ایده‌آلی (درمقابل عناصر فیزیکی) تعریف میشوند که بعنوان **اجزاء مدار** (یا باختصار **اجزاء**) تلقی خواهند شد. کلیه این اجزاء مدار ، به مفهومی که درفصل اول بحث شد ، جزو عناصر فشرده خواهند بود . این عناصر ایده‌آل مدل‌های نظری هستند که ما نتایج آزمایشهای خود را برحسب آنها تعبیر کرده مدارهای عملی را طرح خواهیم‌کرد. در این فصل، ما به تعریف وبحث دربارهٔ خواص اجزاء مداری که دو سر دارند می‌پردازیم . این عناصر را **عناصر دوسر**[4] می‌نامیم . درفصل هشتم اجزاء مدار دیگری معرفی خواهند شد که بیش از دوسر دارند .

---

۱ — Diode　۲ — Ohm's Law

۳ — Approximations　٤ — Two Terminal Elements

۱ - مقاومت‌ها

درفیزیک مقدماتی (فیزیک سال دوم) ، تنها مقاومتی که درقانون اهم صدق کند درنظر گرفته شد . یعنی ولتاژ دوسر چنین مقاومتی متناسب با جریانی است که از داخل آن میگذرد. وسائل الکترونیکی زیادی درمهندسی وجود دارند که درقانون اهم صدق نمیکنند ولی خواص‌مشابهی دارند . اینگونه وسائل بطور روز افزونی درسیستمهای کامپیوتر، کنترل و ارتباطات بکار میروند . بنابراین لازم است که شناسائی اجزاء اصلی یک مدار با دید وسیعتری انجام گیرد . باین‌طریق میتوان درتجزیه تحلیل وطرح مدارهای مختلفی که در زمان حال یا آینده ممکن است با آن مواجه شویم ، آمادگی بیشتری داشت .

یک عنصر دوسر را **مقاومت** گویند، اگر درهرلحظه t از زمان، ولتاژ $v(t)$ وجریان $i(t)$ آن در رابطه‌ای که درصفحهٔ vi (یا صفحه iv) بوسیلهٔ یک منحنی تعریف میشود صدق کنند. این‌منحنی، **مشخصهٔ**[1] **مقاومت درلحظهٔ t** نامیده میشودومجموعهٔ مقادیری راکه جفت‌متغیرهای $v(t)$ و $i(t)$ درلحظهٔ t ممکن‌است‌دارا باشند معین‌میکند. معمولترین مقاومتی که بکار میرود مقاومتی است که مشخصه آن با زمان تغییر نمیکند، این مقاومت را **تغییرناپذیر بازمان**[2] گویند . مقاومتی را **تغییرپذیر بازمان**[3] گویندکه مشخصه آن با زمان تغییرکند. در دیاگرامهای مداری، یک مقاومت مانند شکل (۱ - ۱) کشیده میشود . درمورد یک مقاومت نکته‌اصلی آنست که بین مقدار «لحظه‌ای»[4] ولتاژ ومقدار «لحظه‌ای» جریان رابطه‌ای‌وجود دارد. نمونهٔ مشخصه‌های مقاومت‌ها درشکل‌های (۲ - ۱) تا (۴ - ۱) ، شکل(۶ - ۱) وشکلهای(۸ - ۱) تا (۱۲ - ۱) نشان‌داده شده‌اند.

شکل۱-۱ - نمایش یک مقاومت ، ملاحظه کنید که جهت قراردادی ولتاژ و جهت قراردادی جریان، جهت‌های‌قراردادی متناظر هستند .

---

۱ — Characteristic
۲ — Time-invariant
۳ — Time-variant
۴ — Instantaneous

هرمقاومتی را میتوان برحسب آنکه خطی یا غیرخطی، تغییرپذیر بازمان ویا تغییرناپذیر بازمان باشد، به چهار طریق طبقه بندی نمود. مقاومتی را **خطی**[۱] گویند که در هرلحظه از زمان، مشخصه آن خط مستقیمی باشد که ازمبداء می گذرد. مقاومتی را که خطی نباشد **غیر خطی**[۲] گویند. اکنون به مطالعه جزئیات این چهار نوع مقاومت میپردازیم.

۱-۱- مقاومت خطی تغییر ناپذیر با زمان

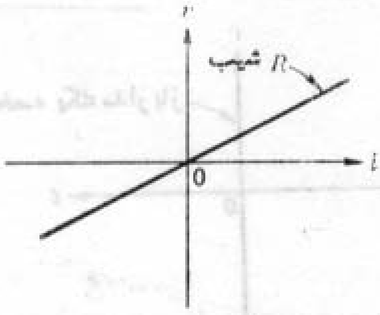
مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان طبق تعریف، مقاومتی است که مشخصه آن خط مستقیمی باشد که ازمبدأ گذشته و با زمان تغییرنکند، طبق شکل(۲ - ۱). بنابراین رابطهٔ بین مقدار لحظه‌ای ولتاژ $v(t)$ و مقدار لحظه‌ای جریان $i(t)$ طبق قانون اهم بصورت زیر بیان میشود:

$$v(t)=R\,i(t) \quad \text{یا} \quad i(t)=G\,v(t) \tag{۱-۱}$$

که درآن:

$$R=\frac{1}{G} \tag{۱-۲}$$

R و G مقادیر ثابت بوده به v و i و t بستگی ندارند. R را **مقاومت**[۳] و G را **رسانائی**[۴] گویند. درمعادلات (۱ - ۱) و (۲ - ۱) واحدهای ولتاژ، جریان، مقاومت



شکل۲-۱ - مشخصه یک مقاومت «خطی» درهرلحظه خط مستقیمی است که از مبداء میگذرد. شیب R درصفحه iv، مقدار مقاومت را معین میکند.

---

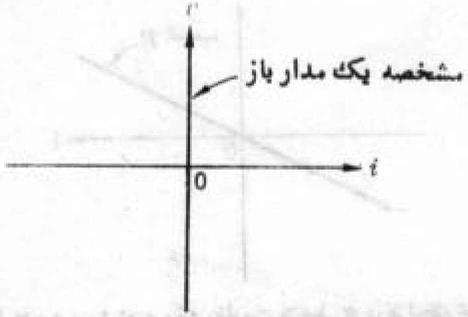
۱ — Linear　۲ — Nonlinear

۳ — Resistance　۴ — Conductance

و رسانائی بترتیب عبارتند از ولت ، آمپر ، اهم‌ومهو[۱] . توجه کنید که درمعادله (۱-۱)، رابطهٔ بین $i(t)$ و $v(t)$ برای یک‌مقاومت‌خطی تغییرناپذیر بازمان‌بوسیلهٔ یک «تابع خطی» بیان میشود. معادله اول(۱-۱)، $v(t)$ را بصورت یک تابع خطی $i(t)$ ومعادله دوم، $i(t)$ را بصورت یک تابع خطی $v(t)$ بیان‌میکند. چون مقاومت‌خطی تغییرناپذیر با زمان‌درمدارها اهمیت بسیاری دارد ازاین‌روعبارت زیر تأکید میشود : «یک مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان مقاومتی است که درقانون اهم داده شده درمعادله (۱-۱) صدق کند ، دراین معادله R و G مقادیر ثابت‌اند .»

میتوان یک‌مقاومت کربنی[۲] را که درجه‌حرارت آن ثابت نگهداشته شده است بعنوان مدل یک مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان بیان نمود، مشروط برآنکه حدود تغییرات ولتاژ وجریان‌آن بطورمناسبی‌محدود شود. آشکار است که اگر ولتاژ یا جریان بیش ازمقدار تعیین شده باشد مقاومت داغ شده وحتی ممکن‌است بسوزد.

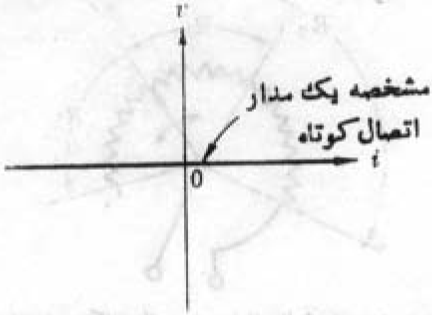
دونمونه ویژه از مقاومتهای خطی تغییرناپذیر بازمان که موردتوجه خاص ما هستند عبارتند از «مدار باز[۳]» و «مدار با اتصال کوتاه[۴]» . یک عنصر دوسر را **مدار باز** گویند اگرجریان آن شاخه بازاء همه مقادیر ولتاژ شاخه مساوی صفر باشد . مشخصه یک مدار باز محور v درصفحهٔ iv میباشد طبق شکل(۳-۱) . این‌مشخصه دارای شیب بینهایت یعنی $R=\infty$ و یا $G=0$ است . یک عنصر دوسر را **مدار با اتصال کوتاه**



شکل۳-۱ - مشخصه یک مدار باز منطبق برمحور v است زیرا جریان آن همواره مساوی‌صفر است .

---

۱ — Mho
۲ — Carbon-deposited
۳ — Open circuit
۴ — Short circuit



شکل ٤-۱ ـ مشخصه یک مدار با اتصال کوتاه برمحور i منطبق است زیرا ولتاژ آن همواره مساوی صفر است.

گویند اگر ولتاژ آن شاخه بازاء همه مقادیر جریان شاخه مساوی صفر باشد. مشخصه یک مدار با اتصال کوتاه محور i ازصفحه iv است طبق شکل (٤-۱). شیب این مشخصه صفر است یعنی $R=o$ و یا $G=\infty$.

تمرین - با استفاده از قوانین کیرشف درستی عبارتهای زیر را تصدیق کنید:

الف: شاخه‌ای که‌ازاتصال سری یک‌مقاومت R ویک مدار باز تشکیل‌میشود دارای مشخصهٔ یک مدار باز است.

ب: شاخه‌ای که ازاتصال سری یک مقاومت R ویک مدار با اتصال کوتاه تشکیل میشود دارای مشخصهٔ مقاومت R است.

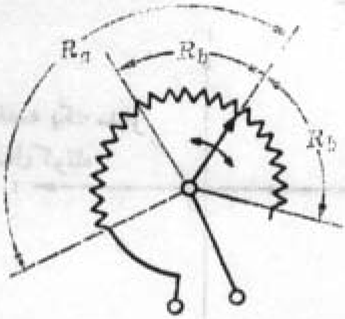
پ: شاخه‌ای کـه از اتصال موازی یک مقاومت R و یک مدار باز تشکیل میشود دارای مشخصهٔ مقاومت R است.

ت: شاخه‌ای که ازاتصال موازی یک‌مقاومت R ویک‌مدار با اتصال کوتاه تشکیل میشود دارای مشخصهٔ مدار با اتصال کوتاه است.

۲-۱- مقاومت خطی تغییرپذیر بازمان

مشخصهٔ یک مقاومت خطی تغییرپذیر با زمان با معادله‌های زیر توصیف میشود:

$$\boxed{v(t)=R(t)\ i(t) \quad \text{یا} \quad i(t)=G(t)\ v(t)} \qquad (۱-۳)$$

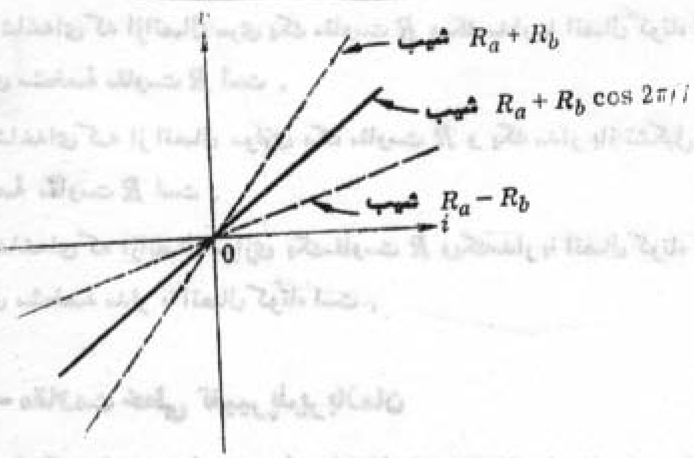


شکل ۵-۱ - یک پتانسیومتر با اتصال لغزنده ، نمونه‌ای ازیک مقاومت خطی تغییرپذیر بازمان‌است

$$R(t)=R_a+R_b\cos 2\pi f t$$

که درآن $R(t)=\frac{1}{G(t)}$. واضح است که مشخصه درشرط خطی بودن‌صدق کرده ولی با زمان تغییر میکند . یک مقاومت خطی تغییرپذیر با زمان درشکل (۵ - ۱) نشان داده شده است . اتصال لغزندهٔ پتانسیومتر[1] بوسیلهٔ یک سروموتور[2] بجلو و عقب حرکت میکند بطوریکه در زمان t مشخصه بصورت زیر است :

$$\boxed{v(t)=(R_a+R_b\cos 2\pi f t)\; i(t)} \qquad (۱-۴)$$



شکل ۶-۱ - مشخصهٔ پتانسیومتر شکل (۵-۱) درلحظه t

۱ — Potentiometer
۲ — Servomotor

که درآن R_a ، R_b و f مقادیر ثابت بوده و $R_a > R_b > o$ است. مشخصهٔ این مقاومت خطی تغییرپذیر بازمان درصفحه iv خط مستقیمی است که درتمام لحظات ازمبداء میگذرد، معهذا شیب آن درهرلحظه به زمان t بستگی دارد. با تغییر زمان، مشخصه بین دو خط باشیب‌های $R_a + R_b$ و $R_a - R_b$ بجلو وعقب نوسان میکند، مطابق شکل(۱-۶).

مثال ۱- مقاومتهای خطی تغییرپذیر با زمان با مقاومتهای خطی تغییرناپذیر بازمان یک فرق اساسی دارند. برای بررسی این موضوع گیریم که $i(t)$ یک تابع سینوسی بافرکانس f_1 باشد، یعنی:

$$i(t) = A \cos 2\pi f_1 t \tag{۱-۵}$$

که درآن A و f_1 مقادیر ثابت هستند. دراینصورت، برای یک مقاومت خطی تغییرناپذیر بازمان با مقاومت R ، ولتاژ شاخه که ازاین جریان ناشی میشود طبق قانون اهم بصورت زیر میباشد:

$$v(t) = RA \cos 2\pi f_1 t \tag{۱-۶}$$

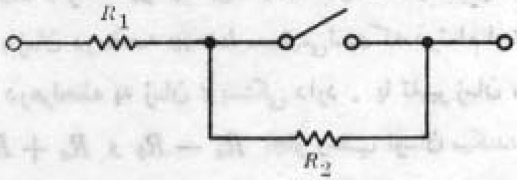
بنابراین جریان ورودی و ولتاژ خروجی هردو سینوسی بوده و دارای فرکانس «یکسان» f_1 هستند. ولی درمورد یک مقاومت خطی تغییرپذیر بازمان نتیجه دیگری بدست میآید. برای یک مقاومت خطی تغییرپذیر بازمان که توسط رابطه(۱-۴) مشخص شده، ولتاژ شاخه که از جریان سینوسی داده شده درمعادله (۱-۵) ناشی میشود عبارتست از:

$$\begin{aligned} v(t) &= (R_a + R_b \cos 2\pi f t) A \cos 2\pi f_1 t \\ &= R_a A \cos 2\pi f_1 t + \frac{R_b A}{2} \cos 2\pi (f+f_1) t + \frac{R_b A}{2} \cos 2\pi (f-f_1) t \end{aligned} \tag{۱-۷}$$

ملاحظه میشود که این مقاومت خاص تغییرپذیر با زمان، میتواند سیگنالهائی با دوفرکانس جدید تولید نماید که این فرکانسها به ترتیب مساوی مجموع و تفاضل فرکانسهای سیگنال ورودی و فرکانس مقاومت تغییرپذیر با زمان میباشد. بنابراین مقاومتهای خطی تغییرپذیر بازمان‌را میتوان برای ایجاد یا تبدیل سیگنالهای سینوسی بکار برد. این خاصیت مقاومتهای خطی تغییرپذیر بازمان‌را «مدولاسیون[1]» گویند که درسیستمهای ارتباطی اهمیت بسزائی دارد.

---

1 — Modulation



شکل۷-۱ - مدل یک کلید فیزیکی که هنگام باز شدن دارای مقاومت $R_1 + R_2$ وهنگام بسته شدن دارای مقاومت R_1 میباشد. معمولاً R_1 خیلی کوچک و R_2 بسیار بزرگ است.

مثال ۲- میتوان یک کلید(۱) را بعنوان یک مقاومت خطی تغییرپذیر با زمان درنظر گرفت که مقاومت آن هنگام باز و بسته شدن، از یک مقدار به مقدار دیگر تغییر میکند. یک کلید ایده‌آل هنگام باز بودن بصورت یک مدار باز و هنگام بسته بودن بصورت یک مدار با اتصال کوتاه میباشد. یک کلید عملی(۲) را میتوان با مدلی که از یک کلید ایده‌آل و دومقاومت تشکیل شده طبق شکل (۷ - ۱) نشان داد. کلیدی که بطور متناوب در فواصل منظم باز و بسته میشود یک عنصر مهم درسیستمهای ارتباطی دیجیتال است.

۳-۱- مقاومت غیرخطی

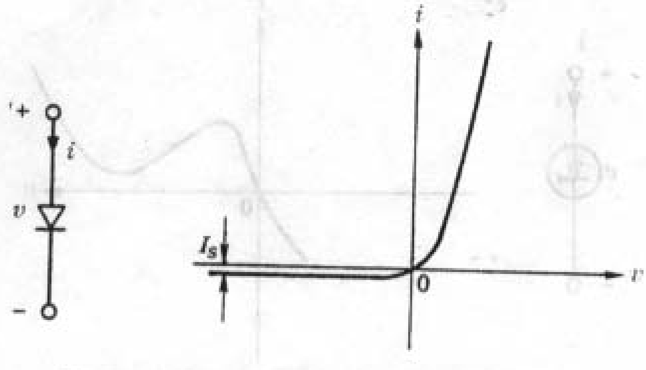
دیدیم مقاومتی را که خطی نباشد غیرخطی گویند. یک مثال نمونه‌ای از مقاومت غیرخطی دیود ژرمانیوم است. درمورد دیود پیوندی - pn(۳) که درشکل (۸ — ۱) نشان داده شده است جریان شاخه، یک تابع غیرخطی از ولتاژ شاخه و بصورت رابطه زیر است:

$$\boxed{i(t) = I_s\left(e^{qv(t)/kT} - 1\right)} \qquad (1-8)$$

که درآن I_s مقدار ثابتی است که نشان‌دهنده جریان‌اشباع معکوس(۴) میباشد، یعنی‌جریان دیودوقتی که دیود درجهت عکس بایک ولتاژبزرگ بایاس(۵) شده باشد (یعنی با v منفی).

---

۱ — Switch
۲ — Practical
۳ — Junction Diode
۴ — Reverse saturation
۵ — Biased



شکل۸-۱ - نمایش یک دیود پیوندی - pn و مشخصهٔ آن
که درصفحه vi رسم شده است .

پارامترهای دیگر رابطه (۸ - ۱) عبارتند از q (بار یک الکترون) ، k (ثابت بولتزمن) و T (درجه حرارت برحسب کلون) . در درجه حرارت‌اطاق، مقدار kT/q تقریباً مساوی ۰٫۰۲۶ ولت است . مشخصهٔ صفحه vi نیز درشکل (۸ - ۱) نشان داده شده است.

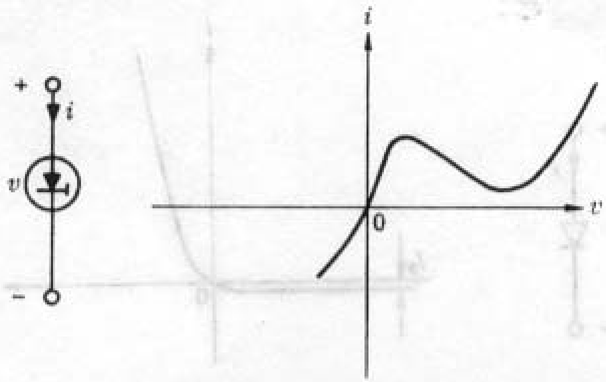
تمرین- نمونهٔ مشخصهٔ یک‌دیودپیوندی - pn را درصفحه vi با استفاده ازمعادله (۸-۱) که‌درآن $I_s = 10^{-4}$ آمپر و $kT/q \cong 0.026$ ولت‌است رسم نمائید .

مقاومت غیرخطی بعلت غیرخطی بودنش دارای‌مشخصه‌ای نیست که درتمام‌لحظات یک خط مستقیم گذرنده از مبداء صفحه vi باشد. مثالهای نمونه‌ای دیگری دربارهٔ وسائل غیرخطی دو سر ، که بتوان مدل‌آنها را بصورت یک مقاومت غیرخطی درنظر گرفت عبارتند از دیود تونلی[۱] و لامپ گازدار[۲]، که مشخصهٔ آنها درصفحهٔ vi در شکل های(۹ - ۱) و (۱۰ - ۱) نشان‌داده شده است. توجه کنید که‌درحالت‌اول، جریان i تابعی (تک‌ارزش[۳]) از ولتاژ v است ودرنتیجه میتوان نوشت :

کنترل میشود بوسیلهٔ ولتاژ - $\boxed{i = f(v)}$

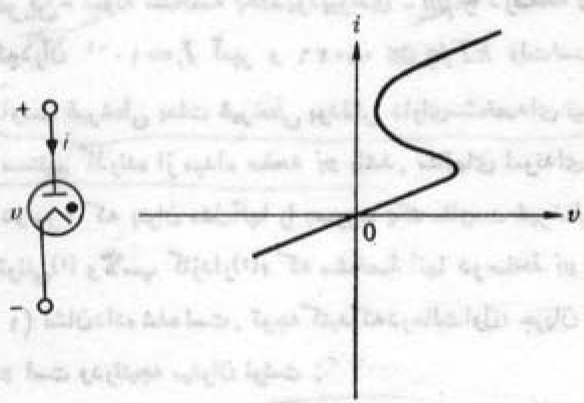
درحقیقت همانطور که درمشخصه نشان‌داده شده است بازاء هرمقدار ولتاژ v ، یک و تنها

۱ — Tunnel diode ۲ — Gas tube
۳ — Single-valued



شکل ۹-۱ - نمایش یک دیود تونلی و مشخصهٔ آن
که در صفحه vi رسم شده است .

یک مقدار ممکن برای جریان وجود دارد* . چنین مقاومتی را **کنترل شده بوسیله ولتاژ**(۱) نامند. ازطرف دیگر ، درمشخصهٔ لامپ گازدار ولتاژ v یک تابع (تک ارز) از جریان i است زیرا برای هرمقدار i ، یک و تنها یک مقدار ممکن برای v وجود دارد.



شکل ۱۰-۱ - نمایش یک دیود گازدار و مشخصهٔ آن
که درصفحه vi رسم شده است .

* به بخش ۲ - ۱ ازضمیمه الف مراجعه شود .

۱ — Voltage-controlled

بنابراین میتوان نوشت :

$$\boxed{v=g(i)}$$ مقاومت کنترل شده بوسیله جریان

چنین مقاومتی‌را **کنترل‌شده بوسیلهٔ جریان**[۱] نامند. این وسایل غیرخطی دارای یک خاصیت یکتا[۲] میباشند وآن اینکه، شیب مشخصه‌درقسمتی از دامنه تغییرات‌ولتاژ یاجریان منفی‌است وبه‌این‌جهت‌آنها را اغلب وسایل بامقاومت‌منفی‌مینامند که‌درمدارهای‌الکترونیکی دارای اهمیت زیادی میباشند. ازاین وسایل میتوان درمدارهای تقویت‌کننده ، نوسان‌ساز و مدارهای کامپیوتر استفاده کرد. دیود، دیود تونلی و لامپ گازدار مقاومتهای تغییرناپذیر با زمان میباشند، زیرا مشخصهٔ آنها با زمان تغییر نمیکند.

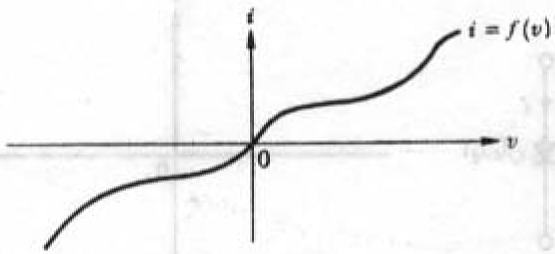
یک مقاومت غیرخطی میتواند هم بوسیله ولتاژ و هم بوسیله جریان همانطوریکه در شکل (۱۱ - ۱) دیده میشود کنترل شود، چنین مقاومتی‌را میتوان یا با :

$$i=f(v)$$

و یا با :

$$v=g(i)=f^{-1}(i)$$

مشخص نمود که درآن g تابع معکوس f است . توجه کنید که شیب df/dv درشکل (۱-۱۱) بازاء تمام مقادیر v مثبت‌است، چنین‌مشخصه‌ای را «افزایشی یکنوا»[۳] گویند. مقاومت خطی با مقاومت مثبت حالت خاصی از چنین مقاومتی است که دارای مشخصهٔ



شکل۱۱-۱ - مقاومتی که دارای مشخصهٔ افزایشی یکنوا بوده وهم بوسیله‌ولتاژوهم بوسیله‌جریان کنترل‌میشود.

---

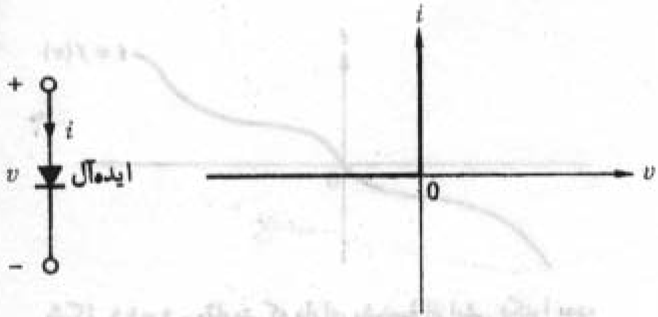
۱ — Current-controlled ۲ — Unique

۳ — Monotonically increasing

افزایشی یکنوا بوده ، هم بوسیله ولتاژ وهم بوسیله جریان کنترل میشود .

برای تجزیه و تحلیل مدارهای با مقاومت غیرخطی ، اغلب از روش تقریب خطی تکه‌ای[1] استفاده میشود. دراین تقریب، مشخصه‌های غیرخطی بطورتقریبی بصورت قطعه خطهای مستقیم تکه تکه درنظرگرفته میشوند. مدلی که اغلب درتقریب خطی تکه‌ای مورد استفاده قرار میگیرد **دیود ایده‌آل** است. یک مقاومت غیرخطی دو سر را دیود ایده‌آل نامند اگر مشخصهٔ آن درصفحهٔ vi از دو نیم خط مستقیم ، محور v منفی و محور i مثبت ، تشکیل شده باشد. نمایش یک دیود ایده‌آل و مشخصهٔ آن در شکل (۱۲-۱) نشان داده شده است . وقتی $v<0$ باشد $i=0$ است ، یعنی برای ولتاژهای منفی ، دیود ایده‌آل مثل مدار باز عمل میکند . وقتی $i>0$ باشد $v=0$ است ، یعنی برای جریانهای مثبت ، دیود ایده‌آل مثل یک مدار با اتصال کوتاه عمل میکند .

دراینجا مناسب‌است که یک‌خاصیت‌متمایزمقاومت‌خطی که غالباً درمقاومت غیرخطی وجود ندارد معرفی شود. مقاومتی را **دوطرفه**[2] نامند که مشخصهٔ آن یک منحنی‌متقارن نسبت به مبداء باشد . بعبارت دیگر ، هرگاه نقطهٔ (i و v) روی مشخصه باشد نقطه ($-i$ و $-v$) نیز روی‌مشخصه قرارگیرد. واضح است که تمام‌مقاومتهای‌خطی‌دوطرفه هستند ولی اغلب مقاومتهای غیرخطی دوطرفه نیستند. پی‌بردن به نتایج فیزیکی خاصیت دوطرفه



شکل۱۲-۱ - نمایش یک دیود ایده‌آل ومشخصهٔ آن که درصفحه vi رسم شده است .

۱ — Piecewise linear approximation ۲ — Bilateral

بودن حائز اهمیت است. درمورد یک عنصر دوطرفه لزومی ندارد که دوسر آن از همدیگر متمایز گردند ومیتوان عنصر را بهردوطریق به بقیه مدار وصل نمود. حال آنکه برای عنصری که دوطرفه نباشد مانند یک دیوذ، باید سرهایش دقیقاً از هم متمایز گردند.

تمرین ۱- نشان دهید که آیا مشخصه های شکلهای (۲ - ۱) تا (٤ - ۱)، شکل (٦ - ۱) و شکلهای (۸ - ۱) تا (۱۲ - ۱) دوطرفه هستند.

تمرین ۲- مشخصهٔ یک مقاومت غیرخطی دوطرفه را رسم کنید.

به منظور تشریح نحوهٔ کار یک مقاومت غیرخطی و بخصوص تأکید برروی اختلاف آن با یک مقاومت خطی، مثال زیر ذکر میشود.

مثال- یک مقاومت فیزیکی که مشخصهٔ آنرا بتوان بطور تقریب بامقاومت غیرخطی زیر تعریف نمود درنظر گیرید.

$$v=f(i)=50\, i+0{,}5\, i^3$$

که درآن v برحسب ولت و i برحسب آمپر است.

الف - گیریم v_1 و v_2 و v_3 ولتاژهای متناظر با جریانهای:

$$i_1=2 \quad و \quad i_2(t)=2\sin 2\pi 60 t \quad و \quad i_3=10$$

آمپر باشند. v_1 و v_2 و v_3 را حساب کنید. چه فرکانسهائی در v_2 وجود دارند؟ گیریم v_{12} ولتاژ متناظر با جریان i_1+i_2 باشد آیا $v_{12}=v_1+v_2$ است؟ گیریم v'_2 ولتاژ متناظر با جریان ki_2 باشد که درآن k یک مقدار ثابت است آیا $v'_2=kv_2$ است؟

ب - فرض کنید فقط جریانهای حداکثر تا $10\,mA$ (میلی‌آمپر) را درنظر گرفته بودیم. اگر برای محاسبهٔ تقریبی v، بجای مقاومت غیرخطی یک مقاومت خطی ۵۰ اهمی درنظر میگرفتیم حداکثر درصد خطا برای v چقدر میشد؟

حل- همه ولتاژهای زیر برحسب ولت میباشند.

الف.
$$v_1=50\times 2+0{,}5\times 8=104$$

$$v_2(t)=50\times 2\sin 2\pi 60 t+0{,}5\times 8\sin^3 2\pi 60 t$$
$$=100\sin 2\pi 60 t+4\sin^3 2\pi 60 t$$

با بخاطر آوردن اینکه برای تمام مقادیر θ ، $\sin ۳\theta = ۳\sin\theta - ۴\sin^{۳}\theta$ ، نتیجه میشود :

$$v_{۲}(t) = ۱۰۰ \sin ۲\pi ۶۰ t + ۳ \sin ۲\pi ۶۰ t - \sin ۲\pi ۱۸۰ t$$

$$= ۱۰۳ \sin ۲\pi ۶۰ t - \sin ۲\pi ۱۸۰ t$$

$$v_{۳} = ۵۰ \times ۱۰ + ۰٫۵ \times ۱۰۰۰ = ۱۰۰۰$$

فرکانسهای موجود در $v_{۲}$ عبارتند از ۶۰ Hz (فرکانس اصلی) و ۱۸۰ Hz (هارمونیک سوم فرکانس $i_{۲}$) .

$$v_{۱۲} = ۵۰\,(i_{۱}+i_{۲}) + ۰٫۵\,(i_{۱}+i_{۲})^{۳}$$

$$= ۵۰\,(i_{۱}+i_{۲}) + ۰٫۵\,(i_{۱}^{۳}+i_{۲}^{۳}) + ۰٫۵\,(i_{۱}+i_{۲})\,۳\,i_{۱}i_{۲}$$

$$= v_{۱} + v_{۲} + ۱٫۵\,i_{۱}i_{۲}\,(i_{۱}+i_{۲})$$

واضح است که $v_{۱۲} \neq v_{۱} + v_{۲}$ و اختلاف آنها بصورت زیر است :

$$v_{۱۲} - (v_{۱}+v_{۲}) = ۱٫۵\,i_{۱}i_{۲}\,(i_{۱}+i_{۲})$$

ازاینرو :

$$v_{۱۲}(t) - [v_{۱}(t) + v_{۲}(t)] = ۱٫۵ \times ۲ \times ۲\sin\,(۲\pi ۶۰ t) \times (۲ + ۲ \sin ۲\pi ۶۰ t)$$

$$= ۱۲ \sin ۲\pi ۶۰ t + ۱۲ \sin^{۲} ۲\pi ۶۰ t$$

$$= ۶ + ۱۲ \sin ۲\pi ۶۰ t - ۶ \cos ۲\pi ۱۲۰ t$$

بنابراین $v_{۱۲}$ هارمونیک «سوم» وهمچنین هارمونیک «دوم» را دارا میباشد .

$$v'_{۲} = ۵۰\,k\,i_{۲} + ۰٫۵\,k^{۳}\,i_{۲}^{۳} = k(۵۰\,i_{۲} + ۰٫۵\,i_{۲}^{۳}) + ۰٫۵\,k(k^{۲}-۱)\,i_{۲}^{۳}$$

بنابراین :

$$v'_{۲} \neq k v_{۲}$$

و :

$$v'_{۲} - k v_{۲} = ۰٫۵\,k\,(k^{۲}-۱)\,i_{۲}^{۳} = ۴k\,(k^{۲}-۱)\,\sin^{۳} ۲\pi ۶۰ t$$

ب - برای $i=10\ \text{mA}$ داریم :

$$v=50\times 0.01+0.5\,(0.01)^{3}=0.5\,(1+10^{-6})$$

باجریان‌حداکثر ۱۰mA ، درصدخطا بخاطر تقریب‌خطی‌مساوی ۰٫۰۰۰۱ میباشد وبنابراین برای جریانهای کوچک، مقاومت غیرخطی‌را میتوان بایک مقاومت خطی ۵۰ اهمی تقریب نمود .

این مثال بعضی از خواص اصلی مقاومتهای غیرخطی را نشان میدهد . اول اینکه، ملاحظه میشود که یک مقاومت غیرخطی میتواند سیگنالهائی با فرکانس‌های متفاوت از فرکانس سیگنال ورودی تولید نماید و ازاین نظر شبیه مقاومت خطی تغییرپذیر با زمان‌است که قبلاً درمورد آن بحث شد . دوم اینکه، اغلب میتوان مدل یک مقاومت غیرخطی را بطور تقریبی با یک مقاومت خطی جایگزین نمود بشرطی که دامنه تغییرات کار آن باندازهٔ کافی کوچک‌باشد. سوم اینکه، محاسبات بروشنی نشان‌میدهد که خاصیت‌همگنی وخاصیت جمع پذیری[1] هیچ یک صادق نیستند* . درضمیمه الف خواهیم‌دید که تابع f را **همگن** گویند اگر بازاء همه مقادیر x درمیدان آن و برای هرمقدار عددی α داشته باشیم :

$$f(\alpha x)=\alpha f(x)$$

تابع f را **جمع‌پذیر** گویند اگر بازاء هرجفت عنصر x_1 و x_2 درمیدان آن داشته باشیم:

$$f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2)$$

تابعی را **خطی** گویند که (۱) میدان[2] و دامنه[3] تغییرات آن فضاهای خطی باشند . (۲) همگن باشند . (۳) جمع‌پذیر باشند .

بالاخره یک‌مقاومت غیرخطی‌را میتوان برحسب‌اینکه تغییرناپذیر بازمان ویاتغییرپذیر بازمان باشد طبقه بندی نمود. بعنوان مثال، اگر یک دیود ژرمانیوم غیرخطی‌را دریک‌ظرف روغن غوطه‌ور نموده و درجه حرارت آنرا طبق برنامه معینی تغییردهیم دیود ژرمانیوم دارای مشخصهٔ یک مقاومت غیرخطی تغییرپذیر با زمان خواهد شد .

---

* به بخش ۳-۲ ضمیمه الف مراجعه شود .

۱ — Additivity ۲ — Domain

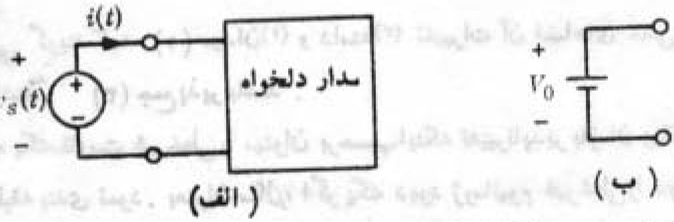
۳ — Range

۲- منابع نابسته

دراین بخش دو عنصر جدید ، منبع ولتاژ نابسته[1] و منبع جریان نابسته معرفی میشود. منابع ولتاژ و جریان «نابسته» را برای متمایز ساختن آنها ازمنابع «وابسته[2]» که بعداً با آنها مواجه خواهیم شد بیان میکنیم. برای سهولت، اغلب واژه‌های « منبع ولتاژ » و « منبع جریان » را بدون صفت « نابسته » بکار خواهیم برد . این عمل نباید موجب اشتباه گردد زیرا هرگاه بامنابع وابسته مواجه شویم صریحاً بیان‌میکنیم که آنها منابع وابسته هستند .

۲-۱- منبع ولتاژ

یک عنصر دوسر را **منبع ولتاژ نابسته** گویند اگر یک ولتاژ معین $v_s(t)$ را در دوسر یک مدار دلخواه که بآن وصل شده‌است نگهدارد ، یعنی صرفنظر از جریان $i(t)$ که از داخل آن میگذرد ولتاژ دوسر آن بمقدار $v_s(t)$ بماند . توصیف کامل منبع ولتاژ لازم میدارد که مشخصات تابع v_s معین شود. نمایشهای منبع ولتاژ ومداردلخواهی که بآن‌وصل شده است درشکل (۲-۱ الف) نشان داده شده‌اند. اگر ولتاژ معین v_s ثابت باشد (یعنی وابسته بزمان نباشد) ، این منبع ولتاژ را یک « منبع ولتاژ ثابت » نامیده* و مانند شکل (۲-۱ ب) نمایش میدهند .



شکل۲-۱ - (الف) منبع ولتاژ نابسته که بیک مدار دلخواه وصل‌شده است.
(ب) نمایش یک منبع ولتاژ ثابت با ولتاژ V_0

---

* یک منبع ولتاژ ثابت را اغلب منبع dc ویا بطور ساده‌تر یک باتری مینامند.

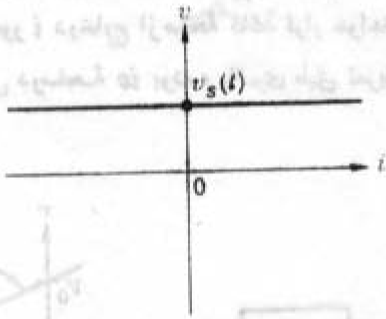
۱ — Independent Voltage source　　۲ — Dependent

بکار بردن جهت‌های قراردادی برای ولتاژ شاخه وجریان شاخهٔ یک منبع نابسته که «مخالف جهت‌های قراردادی متناظر» میباشند معمول و راحت‌تر است. تحت این شرایط، حاصلضرب $v_s(t)\ i_s(t)$ توانی است که منبع فوق به مدار دلخواهی که بآن وصل شده است «تحویل میدهد» (بهشکل (۱-۲ الف) مراجعه شود) .

منبع ولتاژ بنا به تعریف آن، درلحظه t دارای مشخصه‌ای بصورت یک خط مستقیم موازی با محور i و بعرض $v_s(t)$ درصفحه iv میباشد، مانند شکل (۲-۲) . یک منبع ولتاژ را میتوان بعنوان یک مقاومت غیرخطی درنظرگرفت زیرا هروقت $v_s(t) \neq o$ باشد خط مستقیم از مبداء عبور «نمی کند». منبع ولتاژ یک‌مقاومت‌غیرخطی کنترل شده باجریان است، زیرا برای هرمقدار جریان یک ولتاژمنحصر بفرد متناظراست. اگر v_s یک مقدار ثابت نباشد منبع ولتاژ تغییرپذیر با زمان واگر v_s یک مقدار ثابت باشد تغییرناپذیر بازمان‌است .

« اگر ولتاژ v_s یک منبع ولتاژ متحد باصفر باشدمنبع‌ولتاژ معادل یک مدار با اتصال کوتاه میباشد » . درحقیقت مشخصهٔ این منبع برمحور i منطبق بوده و بازاء تمام مقادیر جریان درون آن، ولتاژ دوسرآن صفر است .

در دنیای فیزیکی‌دستگاهی بعنوان منبع‌ولتاژ نابسته وجودندارد* . معهذا دستگاههای



شکل۲-۲ - مشخصهٔ یک منبع ولتاژ درلحظه t . یک منبع ولتاژ را میتوان بعنوان یک مقاومت غیرخطی کنترل شده با جریان درنظرگرفت .

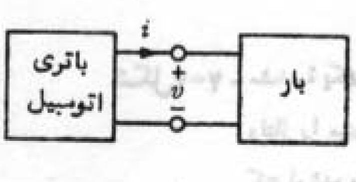
* منبع ولتاژ نابسته که دربالا تعریف شد ممکن است خیلی دقیق‌تر بصورت منبع ولتاژ نابسته «ایده‌آل» تعریف‌شود. بعضی‌ازمؤلفین‌منبع‌ولتاژ نابسته مارا «منبع‌ولتاژ ایده‌آل» مینامند. واضح‌است که صفت « ایده‌آل » زاید است چون همهٔ مدلها «ایده‌آل» هستند .

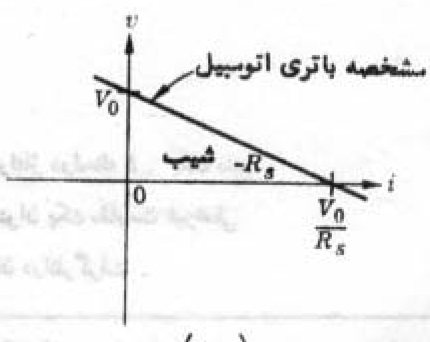
خاصی در دامنهٔ تغییرات معینی از جریان، یک منبع ولتاژ را با تقریب بسیار خوبی نشان میدهند.

مثال- باتری اتومبیل دارای ولتاژ و جریانی است که به بار متصل بآن طبق معادله زیر بستگی دارد:

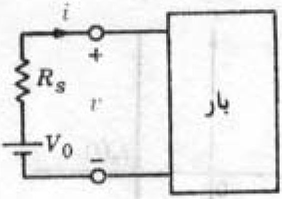
$$v = V_0 - R_s i \qquad (۲-۱)$$

که درآن v و iــ به ترتیب ولتاژ و جریان شاخه میباشند، طبق شکل (۳-۲ الف). مشخصهٔ معادله (۱-۲) که درصفحهٔ iv رسم شده، درشکل (۳-۲ ب) نشان داده شده است. محل تقاطع مشخصه با محور v برابر V_0 است. V_0 را میتوان بعنوان ولتاژ مدار باز باتری تعبیر نمود، یعنی ولتاژ دوسرآن وقتی که i صفر است. ثابت R_s را میتوان بعنوان مقاومت داخلی باتری درنظر گرفت. بنابراین، میتوان باتری اتومبیل را با یک مدار معادل متشکل از اتصال سری یک منبع ولتاژ ثابت V_0 و یک مقاومت خطی تغییر ناپذیر با زمان بامقاومت R_s نمایش داد، مطابق شکل (۴-۲). برای تحقیق درستی مدارمعادل میتوان معادلات KVL را برای حلقهٔ شکل (۴-۲) نوشت و معادلهٔ (۱-۲) را بدست آورد. اگر مقاومت R_s خیلی کوچک باشد شیب درشکل (۳-۲ ب) تقریباً صفر میشود و محل تقاطع مشخصه با محور i درخارج از صفحهٔ کاغذ قرار خواهد گرفت. اگر $R_s = o$ باشد مشخصه یک خط افقی درصفحهٔ iv بوده و باتری طبق تعریف فوق یک منبع ولتاژ ثابت است.





شکل ۳-۲ - باتری اتومبیل که به یک بار دلخواه وصل شده و مشخصهٔ آن که درصفحه iv رسم شده است.



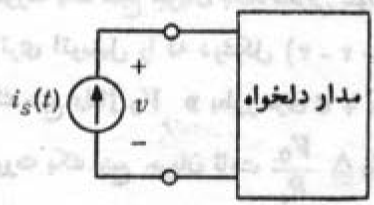
شکل۴-۲ - مدار معادل باتری اتومبیل

۲-۲- منبع جریان

یک عنصر دوسر را **منبع جریان**[1] **نابسته** گویند اگر جریان معین $i_s(t)$ را در داخل مدار دلخواهی که بآن وصل شده است نگهدارد ، یعنی صرفنظر از ولتاژ $v(t)$ که ممکن است در دوسر مدار باشدجریانی که بداخل مدار میرودمساوی $i_s(t)$ است. جهت‌های قراردادی بکار برده شده را دوباره مورد توجه قرار دهید . توصیف کامل منبع جریان لازم میدارد که مشخصات تابع i_s معین گردد. نمایش یک منبع جریان درشکل (۵ - ۲) نشان داده شده است .

مشخصهٔ یک منبع جریان درلحظه t خطی است عمودی بطول $i_s(t)$ که درشکل (۶ - ۲) نشان داده شده است . بنابراین یک منبع جریان را میتوان بعنوان یک مقاومت غیرخطی تغییرپذیر با زمان و کنترل شده با ولتاژ درنظر گرفت .

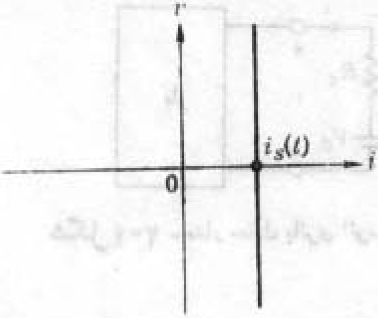
«اگر جریان i_s متحد با صفر باشد منبع جریان در واقع معادل یک مدار باز است» .



شکل۵-۲ - منبع جریان نابسته که بیک مدار دلخواه وصل شده است .

---

1 — Current source



شکل۶-۲ - مشخصهٔ یک منبع جریان . یک منبع جریان‌را میتوان بعنوان یک‌مقاومت غیر خطی کنترل شده با ولتاژ درنظر گرفت.

درحقیقت $i_s = o$ لازم میدارد که مشخصه برمحور v منطبق شده وبازاء تمام مقادیر ولتاژ دوسر عنصر ، جریان داخل آن صفر گردد .

۳-۲- مدارهای معادل ِتونن و ُنرتن

درمورد منبع ولتاژ نابسته و منبع جریان نابسته مطالبی یادگرفتیم . آنها مدلهای مداری ایده‌آل میباشند . اکثر منابع عملی‌مشابه باتری اتومبیل هستند که درمثال قبل شرح داده شد ، یعنی آنهارا میتوان بشکل‌اتصال سری یک منبع ولتاژایده‌آل ویک مقاومت خطی تغییرناپذیر بازمان R_s نمایش* داد . دراین‌موقعیت ، مناسب است که برای باتری‌اتومبیل نمایش معادلی که بصورت یک منبع جریان باشد معرفی شود .

اگرمشخصهٔ باتری اتومبیل را که درشکل (۳ - ۲ ب) رسم شده‌است درنظرگیریم ، میتوان آنرا بصورت یک منبع ولتاژ V_0 « بطورسری » با یک مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان R_s ، ویا بصورت یک منبع جریان ثابت $I_0 \triangleq \frac{V_0}{R_s}$ «بطورموازی» بایک‌مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان R_s طبق شکل (۷ - ۲) درنظرگرفت .

---

* بطور دقیق‌تر بایستی « یک مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان با مقاومت R_s » گفته شود . معمولاً درشکلهای مداری مانند شکل(۷ - ۲ الف)، یک مقاومت خطی‌را با مقاومت R_s آن نشان میدهیم و برای سادگی آنرا فقط « مقاومت R_s » می‌نامیم .

چون دو مدار نشان داده شده دارای یک مشخصه میباشند آنها را معادل(۱) همدیگر گویند . درحقیقت با نوشتن قانون ولتاژ کیرشف برای مدار شکل (۷ - ۲ الف) داریم :

$$\boxed{v=V_0-R_s i} \qquad \text{(۲ — ۲ الف)}$$

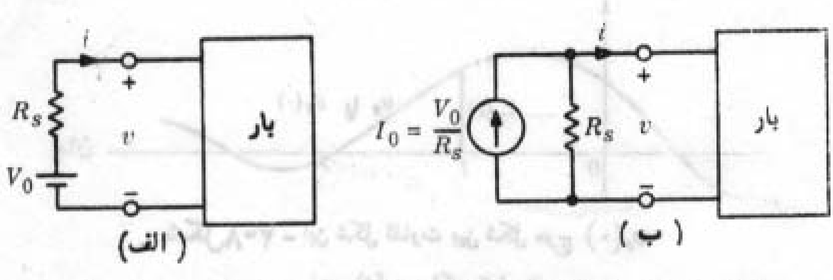
بطریق مشابه، با نوشتن قانون جریان کیرشف برای مدار شکل (۷ - ۲ ب) داریم :

$$\boxed{i=I_0-\frac{1}{R_s}v} \qquad \text{(۲ — ۲ ب)}$$

چون $I_0=\dfrac{V_0}{R_s}$ است، دومعادله فوق یکسان هستند و هردو یک خط مستقیم را در صفحه iv نشان میدهند .

اتصال سری منبع ولتاژ ومقاومت‌خطی تغییرناپذیر بازمان R_s نشان‌داده شده درشکل (۷-۲ الف) را مدار معادل تونن(۲)، واتصال‌موازی‌منبع جریان ومقاومت خطی تغییرناپذیر بازمان R_s نشان داده شده درشکل (۷ - ۲ ب) را مدار معادل نُرتن(۳) گویند . دربعضی موارد استفاده ازمنبع ولتاژ راحت‌تر ازمنبع جریان بنظر میرسد ودرموارد دیگراستفاده از منبع جریان آسانتر است . بنابراین مدارهای معادل تونن و نرتن انعطاف‌پذیری بیشتری دربررسی مسائل به ما میدهند .

معادل بودن این‌دومدار حالت خاص قضیه مدار معادل تونن‌ونرتن‌است که‌بعداً بطور مفصل درفصل شانزدهم مورد بحث قرار خواهد گرفت .



شکل۷-۲ - (الف) مدار معادل تونن، (ب) مدار معادل نرتن باتری اتومبیل

---

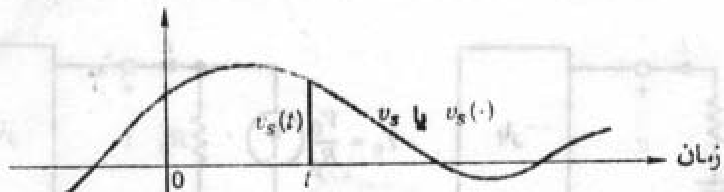
۱ — Equivalent　　۲ — Thévenin

۳ — Norton

۴-۲- شکل موجها وطرز نمایش آنها

همانطورکه قبلاً گفته شد برای‌تشریح کامل یک‌منبع ولتاژ v_s و یا یک منبع جریان i_s مشخصات کامل تابع زمانی آنها، یعنی $v_s(t)$ برای همه مقادیر t و یا $i_s(t)$ برای همه مقادیر t لازم است. بنابراین مشخصات منبع ولتاژ v_s یا باید شامل جدول بندی کامل تابع v_s بوده و یا شامل قاعده‌ای باشدکه بکمک آن بتوان ولتاژ $v_s(t)$ را برای هرزمان t که ممکن است بعداً مورد توجه قرارگیرد محاسبه نمود. دراینجا به مشکل طرز نمایش[۱] برمی‌خوریم که‌درسرتاسر این‌درس با آن روبروخواهیم‌بود، یعنی‌بعضی‌مواقع «همه تابع v_s» موردنظر است، مانند شکل موجی[۲] که روی اسیلوسکوپ مشاهده میشود، و بعضی اوقات فقط یک مقدار بخصوص مانند $v_s(t)$ در زمان t موردنظر است. اختلاف‌این دومفهوم درشکل (۸ - ۲) تشریح شده است. هرگاه بخواهیم تأکید کنیم که منظور تمام تابع است، عبارت «**شکل موج** $v_s(\cdot)$» بکار خواهد رفت وبجای حرفی مانند t یک نقطه گذاشته میشود، چون یک مقدار خاص t موردنظر نیست بلکه «تمام تابع» موردنظر است.

متأسفانه پیروی‌دقیق‌این رویه‌منجر به‌عبارتهای بسیار پیچیده میشود. بنابراین زمانیکه باید «شکل موج $f(\cdot)$، که درآن برای تمام مقادیر t ، $f(t)=\cos\omega t$» می‌باشد گفته شود، اغلب برای سهولت «شکل موج $\cos\omega t$» گفته میشود.



شکل۸-۲ - این شکل تفاوت بین شکل موج $v_s(\cdot)$ وعدد $v_s(t)$ راکه مقدار تابع v_s در لحظهٔ t میباشد نشان میدهد.

1 — Notation　　2 — Waveforms

یک استفاده نوعی[۱] از تفاوت بین دومفهوم « تمامی تابع » و مقداری که تابع در یک لحظه t بخود میگیرد بشکل زیر است. مدار پیچیده‌ای راکه از تعدادی مقاومت، سلف و خازن تشکیل یافته و فقط با یک منبع جریان تحریک میشود درنظرگیرید . ولتاژ دوسر یکی ازخازنها را v_c بنامید . میتوان گفت که پاسخ[۲] $v_c(t)$ (یعنی « مقدار پاسخ در لحظه t ») به شکل‌موج $i_s(\cdot)$ (یعنی « تمامی تابع i_s ») بستگی دارد . استفاده از این طرز بیان بمنظور تأکید این‌مطلب است که $v_c(t)$ نه تنها به $i_s(t)$ (مقدار i_s درلحظهٔ t) بستگی دارد بلکه به تمام مقادیر پیشین i_s نیز وابسته است .

۵-۲- بعضی شکل موجهای نمونه

اکنون بتعریف بعضی شکل‌موجهای مفید که بعداً بطورمکرر مورداستفاده قرارخواهند گرفت می‌پردازیم .

« مقدار ثابت » این ساده‌ترین شکل موج‌است و بصورت زیر توصیف میشود :

$$f(t)=K \qquad \text{برای تمام مقادیر } t$$

که درآن K یک مقدار ثابت است .

« سینوسوئید » برای نمایش یک‌شکل‌موج سینوسی‌ویابطورخلاصه **سینوسوئید**[۳] طرز نمایش متداول زیر بکار میرود :

$$f(t)=A\cos(\omega t+\Phi)$$

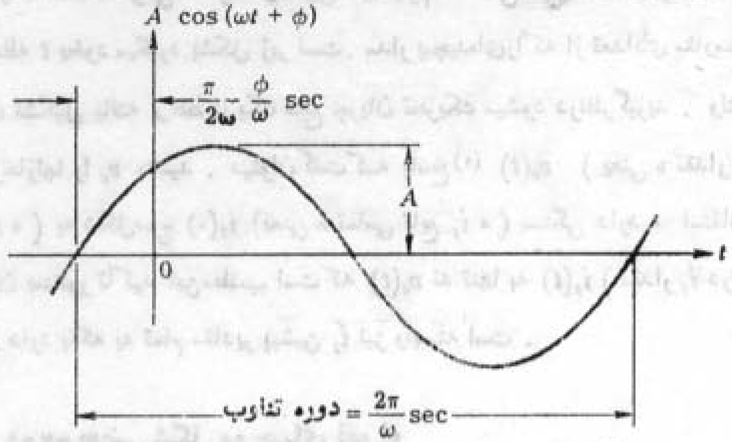
که درآن ثابت A **دامنه**[۴] سینوسوئید ، ثابت ω **فرکانس**[۵] (زاویه‌ای) (برحسب رادیان برثانیه) و ثابت Φ **فاز**[۶] نامیده میشود . سینوسوئید درشکل (۹ - ۲) نشان داده شده است .

---

۱ — Typical ۲ — Response

۳ — Sinusoid ۴ — Amplitude

۵ — Frequency ۶ — Phase



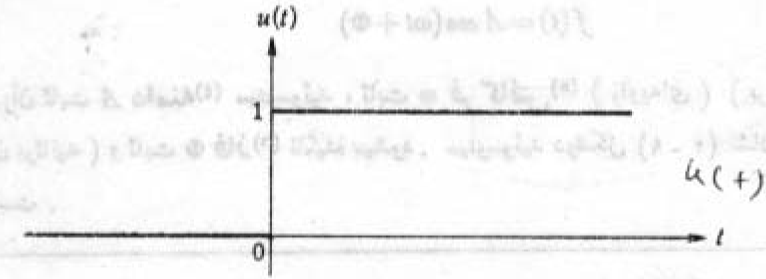
شکل ۹-۲- یک شکل موج سینوسی با دامنه A وفاز Φ

« پله واحد » **تابع پله واحد**[1] همانطوریکه درشکل (۱۰ - ۲) نشان داده شده با $u(\cdot)$ نمایش داده میشود و بصورت زیر تعریف میگردد :

$$u(t)=\begin{cases}0 & t<0 \quad \text{برای} \\ 1 & t>0 \quad \text{برای}\end{cases} \qquad (۲-۳)$$

پله واحد

درلحظهٔ $t=0$ مقدار آنرا میتوان ۱ ، $\frac{1}{2}$ یا صفر گرفت . برای مطالب این کتاب



شکل ۱۰-۲- تابع پله واحد $u(\cdot)$

---

1 — The unit step

موضوع فوق‌اهمیت ندارد ، ولی هنگام استفاده ازتبدیل‌لاپلاس یا فوریه بهتراست که :

$$\boxed{u(o) = \frac{1}{2}}$$

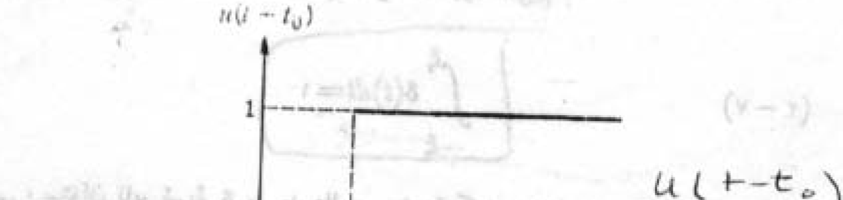
انتخاب شود . درسراسر این کتاب حرف u منحصراً برای پله واحد بکار خواهد رفت .

فرض کنید یک پله واحد باندازه t_0 ثانیه بتأخیر افتد . شکل موج حاصل درلحظهٔ t دارای عرض $u(t-t_0)$ خواهد بود . درواقع برای $t<t_0$ آرگومان[1] منفی بوده و درنتیجه عرض تابع صفر است ، برای $t>t_0$ آرگومان مثبت بوده و عرض تابع برابر ۱ می‌باشد، این مطلب درشکل (۱۱ - ۲) نشان داده شده است.

« پالس » - چون غالباً لازم است از یک پالس چهارگوش استفاده شود ، **تابع پالس**[2] $p_\Delta(\cdot)$ را بصورت زیر تعریف میکنیم :

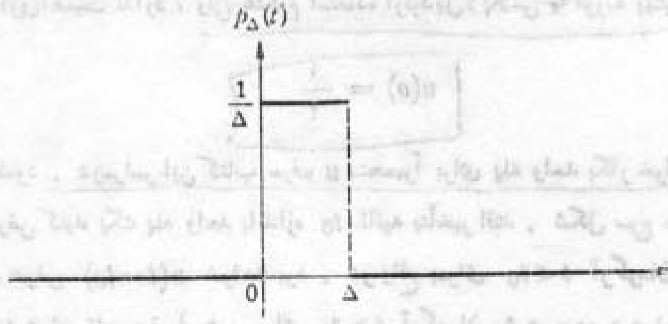
$$p_\Delta(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ \dfrac{1}{\Delta} & 0<t<\Delta \\ 0 & \Delta<t \Rightarrow t>\Delta \end{cases} \qquad \text{تابع پالس} \quad (۲ - ۴)$$

بعبارت دیگر ، p_Δ پالسی به ارتفاع $\frac{1}{\Delta}$ و عرض Δ است که درلحظهٔ $t=0$ شروع میشود. توجه کنید که بازاء تمام مقادیر پارامتر مثبت Δ ، سطح زیر $p_\Delta(\cdot)$ برابر ۱ است



شکل ۱۱-۲- تابع پله واحد با تأخیر

1 — Argument
2 — Pulse



شکل ۱۲-۲ یک تابع پالس $p_\Delta(\cdot)$

(بشکل (۱۲ - ۲) مراجعه شود) . درنظر داشته باشید که :

$$\boxed{p_\Delta(t) = \frac{u(t)-u(t-\Delta)}{\Delta}} \qquad \text{(۲ − ۵)}$$
برای تمام مقادیر t

« ضربهٔ واحد » - **ضربهٔ واحد**[۱] $\delta(\cdot)$ (که تابع دلتای دیراك[۲] نیز نامیده میشود) به مفهوم دقیق ریاضی کلمه ، یک تابع نیست (به‌ضمیمه الف مراجعه شود) . برای منظورهای خود چنین بیان میکنیم :

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{برای } t \neq 0 \\ \text{ویژه} & \text{در } t=0 \end{cases} \qquad \text{(۲ − ۶)}$$
ضربه واحد

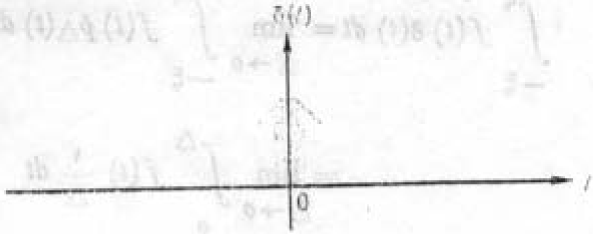
و ویژگی درمبداء چنان است که برای هرمقدار $\xi > 0$ داریم :

$$\boxed{\int_{-\xi}^{\xi} \delta(t)dt = 1} \qquad \text{(۲ − ۷)}$$

بطورحسی ، میتوان تابع ضربهٔ δ را حد پالس p_Δ وقتیکه $\Delta \to 0$ تصور نمود . این واقعیت مکرراً بکار برده خواهد شد . ازلحاظ فیزیکی، میتوان δ را نمایشگر چگالی بار یک بار نقطه‌ای «واحد» واقع بر $t=0$ در روی محور t تصور نمود .

۱ — Unit impulse

۲ — Dirac delta function



شکل ۱۳-۲- یک تابع ضربه واحد $\delta(0)$

از تعریف δ و u نتیجه میشود که :

$$\boxed{u(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(t')\,dt'} \qquad (۲-۸)$$

و :

$$\boxed{\frac{du(t)}{dt}=\delta(t)} \qquad (۲-۹)$$

این دومعادله حائزاهمیت بسیاری بوده ودرفصلهای بعد بطورمکرر مورداستفاده قرار خواهند گرفت . تابع ضربه بطور ترسیمی درشکل (۱۳ - ۲) نشان داده شده است .

خاصیت‌مفید دیگری که اغلب مورد استفاده قرار میگیرد «خاصیت غربالی»[1] ضربه واحد است. گیریم f یک تابع پیوسته باشد ، دراین‌صورت :

$$\int_{-\xi}^{\xi} f(t)\,\delta(t)\,dt=f(o) \qquad (۲-۱۰)$$

برای هرمقدار مثبت ξ .

این مطلب را میتوان بسهولت با جایگزین کردن δ با p_Δ بطور تقریبی بصورت زیر اثبات نمود :

---

۱ — Sifting property

$$\int_{-\xi}^{\xi} f(t)\,\delta(t)\,dt = \lim_{\Delta \to 0} \int_{-\xi}^{\xi} f(t)\,p_{\Delta}(t)\,dt$$

$$= \lim_{\Delta \to 0} \int_{0}^{\Delta} f(t)\,\frac{1}{\Delta}\,dt$$

$$= f(0)$$

تبصره ۱- تابعی که به تابع پله‌واحد مربوط است تابع **شیب واحد**[1] $r(\cdot)$ میباشد که بصورت زیر تعریف میشود :

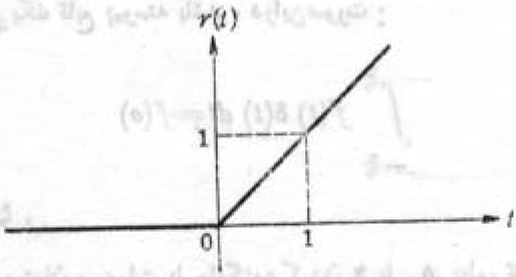
برای همه t $\quad \boxed{r(t) = t\,u(t)}$ تابع شیب واحد (۲ — ۱۱)

شکل موج $r(\cdot)$ در شکل (۲-۱۴) نشان داده شده است. از روابط (۲-۳) و (۲-۱۱) میتوان نشان داد که :

(۲ — ۱۲)
$$r(t) = \int_{-\infty}^{t} u(t')\,dt'$$

و :

(۲ — ۱۳)
$$\frac{dr(t)}{dt} = u(t)$$



شکل ۱۴-۲- یک تابع شیب واحد $r(\cdot)$

1 — Unit ramp

تبصره ۲- تابعی که باتابع ضربه واحد ارتباط نزدیکی دارد تابع **دوبلت واحد**[۱] $\delta'(0)$ است که بصورت زیر تعریف میشود :

$$\delta'(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \quad \text{برای} \\ \text{ویژه} & t = 0 \quad \text{در} \end{cases} \qquad (۲-۱۴)$$

تابع دوبلت واحد

ویژگی در $t=0$ چنان است که :

$$\delta(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta'(t')\, dt' \qquad (۲-۱۵)$$

و :

$$\frac{d\delta(t)}{dt} = \delta'(t) \qquad (۲-۱۶)$$

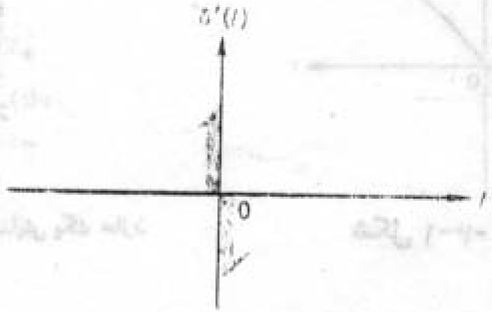
نمایش دوبلت واحد درشکل (۱۵ ـ ۲) نشان داده شده است .

تمرین ۱ - شکل موجهای مشخص شده با روابط زیر را رسم کنید :

الف . $2u(t) - 2u(t-2)$

ب . $5p_{0.1}(t) - 3p_{0.1}(t-0.1) + 2p_{0.2}(t-3)$

پ . $r(t) - u(t-1) - r(t-1)$



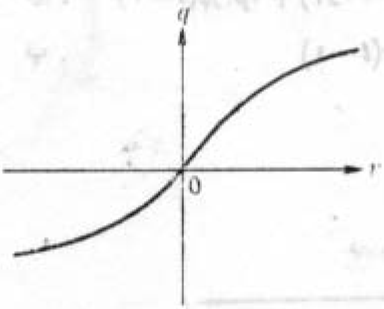
شکل ۱۵-۲- یک دوبلت $\delta'(0)$

۱ — Unit doublet

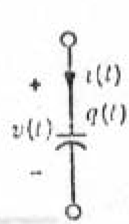
تمرین ۲ - ۱ $\sin t$ و $3\sin(2t+1)$ را بشکل سینوسوئید استاندارد بیان کنید (دراینجا فاز برحسب رادیان داده شده است) .

۳- خازنها

خازنها(۱) بعلت اینکه بار الکتریکی ذخیره میکنند درمدارهای الکتریکی بکار میروند. عنصری که خازن خوانده میشود ، مدل ایده‌آل شده یک خازن فیزیکی است مانند خازن با صفحات موازی . خازن فیزیکی عنصری است که علاوه برخاصیت اصلی ذخیره نمودن بار الکتریکی، اندکی هم خاصیت پراکندگی دارد (معمولاً خیلی کم). عنصری که در هرلحظه t از زمان، بارالکتریکی ذخیره شده $q(t)$ و ولتاژ $v(t)$ آن در رابطه‌ای که توسط یک منحنی درصفحه vq تعریف میشود صدق کند **خازن** نامیده میشود . این منحنی را **مشخصهٔ خازن درلحظه** t مینامند. نکته اصلی‌آنست که بین‌مقدار « لحظه‌ای » بار $q(t)$ و مقدار « لحظه‌ای » ولتاژ $v(t)$ رابطه‌ای وجود دارد. مشخصهٔ خازن نیز میتواند مانند مشخصهٔ مقاومت با زمان تغییر کند. بطور نمونه، این مشخصه بصورت نشان داده شده در شکل (۱ - ۳) خواهد بود . تقریباً مشخصه همه خازنهای فیزیکی افزایشی یکنوا است، یعنی وقتی v اضافه شود q افزایش مییابد .



شکل ۱-۳- مشخصه یک خازن (غیرخطی) که درصفحه vq رسم شده است



شکل ۲-۳- نمایش یک خازن

---

۱ — Capacitors

در دیاگرامهای مداری یک خازن بطور نمایشی مطابق شکل (۲ - ۳) نمایش داده میشود . توجه کنید که همیشه $q(t)$ را باری خواهیم نامید که درلحظه t درصفحه‌ای که جهت قراردادی‌جریان $i(t)$ بآن وارد میشود وجود دارد. وقتیکه $i(t)$ مثبت باشد بارهای مثبت (درلحظه t) به صفحه فوقانی که بار آن $q(t)$ نامیده شده آورده میشوند و بنابراین شدت تغییر[1] q [یعنی جریان $i(t)$] نیز مثبت است و بنابراین داریم :

$$\boxed{i(t) = \frac{dq}{dt}} \tag{۳ - ۱}$$

دراین‌معادله جریانها برحسب‌آمپر و بارها برحسب کولمب[2] داده میشود . با بکار بردن رابطه‌داده شده بین بار و ولتاژ ، مشخصهٔ ولتاژ شاخه وجریان شاخه یک خازن را از رابطه (۱ - ۳) بدست میآوریم .

خازنی راکه مشخصهٔ آن درهرلحظه از زمان خط مستقیمی باشد که از مبداء صفحه vq میگذرد **خازن خطی** گویند . بعکس، اگر درلحظه‌ای از زمان مشخصهٔ آن خط مستقیمی که از مبداء صفحه vq میگذرد نباشد آنرا **غیرخطی** گویند . خازنی راکه مشخصهٔ‌آن بازمان تغییر نکند **خازن تغییر ناپذیر بازمان**، واگرمشخصه‌آن‌بازمان تغییر کند **خازن تغییرپذیر بازمان** گویند .

مانند آنچه که در مقاومتها گفته شد خازنها را برحسب آنکه خطی ، غیرخطی ، تغییرپذیر بازمان و یا تغییر ناپذیر با زمان باشند میتوان به‌چهار نوع تقسیم نمود .

۱-۳- خازن خطی تغییرناپذیر بازمان

از تعریف خطی بودن و تغییرناپذیری با زمان ، میتوان مشخصهٔ یک خازن خطی تغییرناپذیر با زمان را بصورت زیر نوشت :

$$\boxed{q(t) = C\,v(t)} \tag{۳ - ۲}$$

که درآن C ثابتی‌است (نابسته از t و v) که شیب مشخصه‌را تعیین‌نموده و **ظرفیت**[3] خازن نامیده میشود . واحد کمیتهای معادله (۲ - ۳) بترتیب کولمب ، فاراد[4] و ولت

1 — Rate of change　　2 — Coulomb

3 — Capacitance　　4 — Farad

است . معادله‌ای که ولتاژ دوسر خازن را به‌جریان آن ارتباط میدهد بصورت زیر است :

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=C\frac{dv}{dt}=\frac{1}{S}\frac{dv}{dt} \qquad (۳-۳)$$

که درآن $S=C^{-1}$ بوده و الاستانس[۱] گفته میشود. اگر (۳-۳) را بین صفر و t انتگرال گیری کنیم بدست میآوریم :

$\int_0^t dv = \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,dt$

$$v(t)=v(o)+\frac{1}{C}\int_o^t i(t')\,dt' \qquad (۳-۴)$$

وبرحسب الاستانس S ،

$$\boxed{v(t)=v(o)+S\int_o^t i(t')\,dt'} \qquad (۳-۵)$$

بنابراین، خازن خطی تغییرناپذیر با زمان تنها وقتی بعنوان یک عنصر مدار کاملاً مشخص میشود که ظرفیت C (شیب مشخصهٔ آن) و ولتاژ اولیه آن $v(o)$ داده شده باشند.

باید تأکید شود که معادله (۳-۳) تابعی را تعریف میکند که $i(t)$ را برحسب $\frac{dv}{dt}$ بیان می‌نماید ، یعنی :

$$i(t)=f\left(\frac{dv}{dt}\right)$$

توجه به‌این مطلب حائز اهمیت است که $f(\cdot)$ تابع خطی میباشد. ازطرف دیگر، معادله (۳-۴) تابعی را تعریف میکند که $v(t)$ را برحسب $v(o)$ و شکل موج جریان $i(\cdot)$ در فاصله $[o\ ,\ t]$ بیان مینماید. لازم است توجه شود تابعی که توسط (۳-۴) تعریف شده ومقدار $v(t)$ ، یعنی‌ولتاژ درلحظه t را برحسب « شکل‌موج » جریان درفاصله $[o\ ,\ t]$ میدهد تنها وقتی « خطی » است که $v(o)=o$ باشد. انتگرال موجود درمعادله(۳-۴) نشان‌دهنده سطح خالص[۲] زیر منحنی‌جریان درفاصله زمانی‌صفر و t میباشد. «سطح خالص»،

---

۱ — Elastance ۲ — Net area

برای بخاطر داشتن اینکه قسمتی از منحنی $i(\cdot)$ که دربالای محور زمان قراردارد مساحت مثبت، و بخشی که زیر محور زمان قرار دارد مساحت منفی بوجود میآورد گفته میشود . جالب‌است توجه کنیم که مقدار v درلحظه t، یعنی $v(t)$، به‌مقداراولیه $v(o)$ وهمه مقادیر جریان از لحظه صفر تا لحظه t بستگی دارد . باین حقیقت معمولاً باگفتن اینکه « خازنها دارای حافظه[1] میباشند » اشاره میشود .

تمرین ۱ گیریم منبع جریان $i_s(t)$ به یک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان با ظرفیت C و $v(o)=o$ وصل شده باشد . شکل موج ولتاژ $v(\cdot)$ دوسرخازن را برای حالتهای زیر تعیین نمائید :

الف - $i_s(t)=u(t)$

ب - $i_s(t)=\delta(t)$

پ - $i_s(t)=A\cos(\omega t+\Phi)$

تمرین ۲ گیریم منبع ولتاژ $v_s(t)$ به یک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان با ظرفیت C و $v(o)=o$ وصل شده باشد . شکل موج جریان $i(\cdot)$ درخازن را برای حالتهای زیر تعیین نمائید :

الف - $v_s(t)=u(t)$

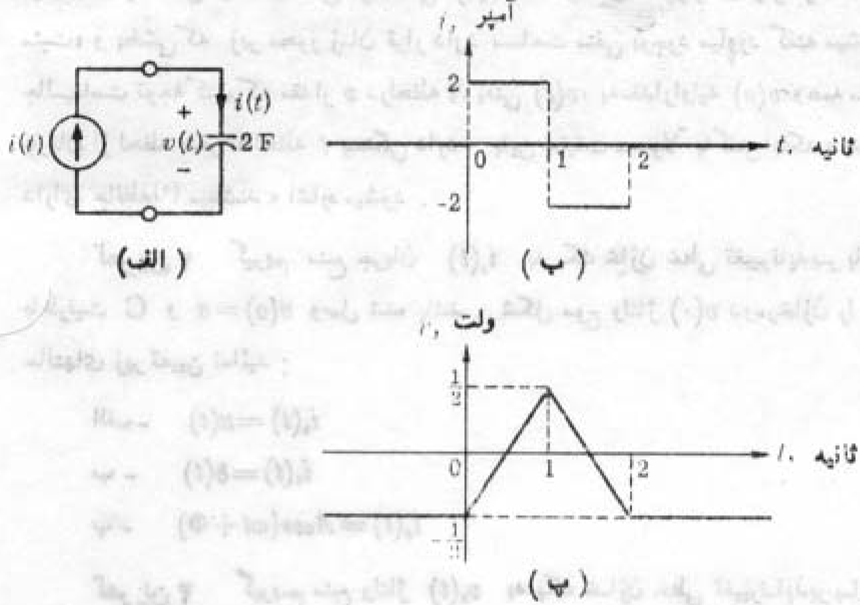
ب - $v_s(t)=\delta(t)$

پ - $v_s(t)=A\cos(\omega t+\Phi)$

مثال منبع جریانی بدوسر یک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان باظرفیت ۲ فاراد و ولتاژ اولیه $v(o)=-\frac{۱}{۲}$ ولت مطابق شکل(۲ - ۳ الف) وصل شده‌است. گیریم که منبع جریان با شکل موج ساده $i(\cdot)$ مطابق شکل(۳-۲ ب) داده شده باشد . ولتاژ شاخهٔ دوسرخازن را میتوان بلافاصله از معادله (۲-۴) بصورت زیر حساب نمود :

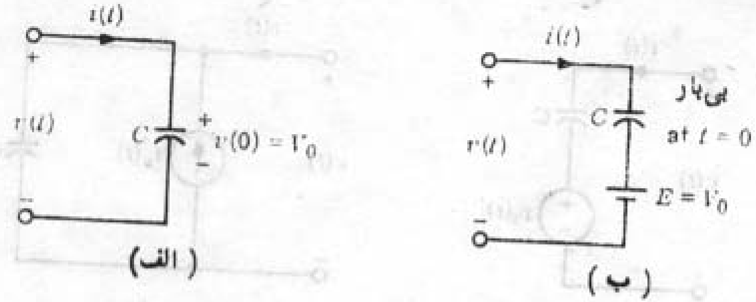
$$v(t)=-\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}\int_{o}^{t} i(t')\,dt'$$

1 — Memory



شکل ۳-۳- شکل موجهای ولتاژ وجریان دوسرخازن خطی تغییرناپذیر بازمان

شکل موج $v(\cdot)$ درشکل (۳-۳ پ) رسم شده است . برای مقادیر منفی t ولتاژ مساوی $-\frac{۱}{۲}$ ولت‌است. در $t=0$ ولتاژ شروع به‌افزایش نموده ودرلحظه $t=۱$ درنتیجهٔ اثر قسمت مثبت شکل موج جریان بمقدار $\frac{۱}{۲}$ ولت میرسد ، سپس برای $۱<t<۲$ بعلت جریان منفی ثابت بطورخطی تا $-\frac{۱}{۲}$ ولت تنزل نموده وبرای $t>۲$ ثانیه در $-\frac{۱}{۲}$ ولت ثابت میماند . این مثال ساده بروشنی نشان میدهد که برای $t>0$ ، $v(t)$ به مقدار اولیه $v(0)$ وهمهٔ مقادیر شکل‌موج $i(\cdot)$ بین لحظه‌صفر و t بستگی‌دارد . بعلاوه بسهولت مشاهده میشود که اگر $v(0)$ مساوی صفر نباشد ، $v(t)$ یک تابع خطی از $i(\cdot)$ نیست. ازطرف دیگر ، اگرمقدار اولیه $v(0)$ مساوی صفر باشد ولتاژ شاخه درلحظه t، یعنی $v(t)$، یک تابع خطی ازشکل موج جریان $i(\cdot)$ میباشد .



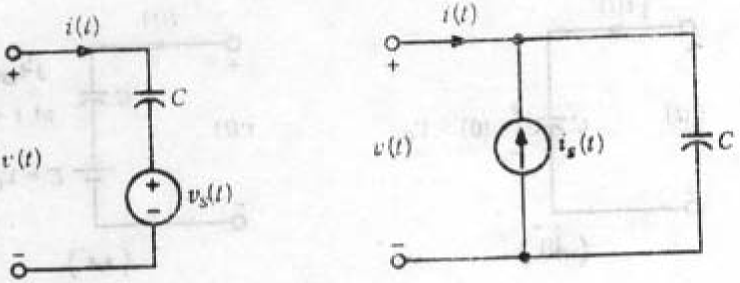
شکل ۴-۳- خازن با بار اولیه $v(o)=V_0$ نشان داده شده در (الف) معادل اتصال سری همان خازن (بدون بار اولیه) ویک منبع ولتاژ ثابت $E=V_0$ است مطابق شکل (ب) .

تمرین فرض کنید شکل موج جریان درشکل (۳ - ۲ ب) برای همه مقادیر t بمقدار دو برابر افزایش یابد . برای $t\geqslant o$ ولتاژ $v(t)$ را محاسبه کنید . ثابت کنید که خطی بودن معتبر نخواهند بود مگر اینکه $v(o)=o$ باشد .

تبصره ۱- معادله(۴-۳) بیان‌میکند که برای $t\geqslant o$ ، ولتاژ شاخه $v(t)$ درلحظه t در دوسر یک خازن خطی تغییر ناپذیر با زمان ازمجموع دوجمله تشکیل میشود . جمله اول ولتاژ $v(o)$ درلحظه $t=o$، یعنی ولتاژ اولیه دوسرخازن بوده و جمله دوم ولتاژ دوسر خازن‌باظرفیت C فاراد درلحظه t است بشرط اینکه‌درلحظه $t=o$ این‌خازن باراولیه نداشته باشد . بنابراین هرخازن خطی تغییرناپذیر با زمان با ولتاژ اولیهٔ $v(o)$ را میتوان بصورت اتصال سری یک منبع ولتاژ dc با $E=v(o)$ و همان خازن با ولتاژ اولیهٔ صفر مطابق شکل (۴-۳) درنظرگرفت . این نتیجه بسیارمفید است و درفصلهای بعد مکرراً بکار برده خواهد شد .

تبصره ۲- خازن خطی تغییرناپذیر بازمان با ولتاژ اولیه صفر ، یعنی $v(o)=o$ را درنظر گیرید. این خازن بطورسری با منبع ولتاژ تابسته $v_s(t)$ مطابق شکل (۵-۳ الف) وصل میشود . این اتصال سری معادل‌مداری است (همانطوریکه درشکل (۵-۳ ب) نشان داده شده است) که درآن همان خازن بطور موازی با یک منبع جریان وصل شده و

$$i_s(t)=C\,\frac{dv_s}{dt} \qquad (۳-۶)$$



$v_s(t) = \frac{1}{C}\int_0^{t} i_s(t')\,dt'$ (الف)

$i_s(t) = C\frac{dv_s}{dt}$ (ب)

شکل ۵-۳- مدارهای تونن و نرتن برای یک خازن با منبع نابسته .

منبع ولتاژ $v_s(t)$ درشکل (۵-۳ الف) برحسب منبع جریان $i_s(t)$ درشکل (۵-۳ ب) بصورت زیر داده میشود :

$$v_s(t) = \frac{1}{C}\int_0^{t} i_s(t')\,dt' \qquad (۳-۷)$$

نتایج شکلهای (۵-۳ الف) و (۵-۳ ب) را بترتیب مدارهای معادل تونن و نرتن گویند . اثبات این مطلب مشابه آن است که درمورد مقاومت دربخش ۳-۲ گفته شد . بخصوص اگرمنبع ولتاژ v_s درشکل (۵-۳ الف) یک تابع پله واحد باشد، بموجب معادله (۳-۶) منبع جریان i_s درشکل (۵-۳ ب) یک تابع ضربه $C\delta(t)$ میباشد .

تبصره ۳- مجدداً معادله (۳-۴) را درلحظه t و لحظه $t+dt$ درنظرگیرید . از تفاضل آنها بدست میآید که :

$$v(t+dt) - v(t) = \frac{1}{C}\int_t^{t+dt} i(t')\,dt' \qquad (۳-۸)$$

گیریم $i(t)$ برای همه مقادیر t کراندار[۱] باشد ، یعنی ثابت معینی مانند M وجود

---

۱ — Bounded

داشته باشد بقسمی که برای همهٔ مقادیر t موردنظر داشته باشیم ، $|i(t)| \leqslant M$. وقتیکه $dt \to o$ مساحت زیر شکل موج $i(\cdot)$ درفاصله $[t \text{ و } t+dt]$ بسمت صفر میل میکند. همچنین از معادله (۳-۸) ملاحظه میشود وقتیکه dt بسمت صفر میل کند :

$$v(t+dt) \to v(t)$$

که بنحو دیگر باینصورت بیان میشود که شکل موج ولتاژ $v(\cdot)$ پیوسته است.

بنابراین میتوان یک خاصیت مهم خازن‌خطی تغییرناپذیر بازمان را چنین بیان نمود : « اگر برای همه‌زمان t درفاصله بسته $[o , T]$، جریان $i(\cdot)$ دریک خازن‌خطی تغییرناپذیر با زمان کراندار بماند، ولتاژ v دوسرخازن‌درفاصله باز (o , T) یک‌تابع پیوسته میباشد، یعنی برای چنین خازنی مادامیکه جریان آن کراندار بماند ولتاژ شاخه نمیتواند بطور لحظه‌ای ازیک مقدار به مقدار متفاوت دیگری بجهد (مانند تابع پله) » . این خاصیت درحل مسائلی که درآن پالس یا تابع پله ولتاژ یاجریان به مداری اعمال‌میشود بسیار مفید است وکاربرد آن درفصلهای بعد تشریح خواهد شد.

تمرین آنچه راکه درتبصره ۲ بیان شد ثابت کنید .

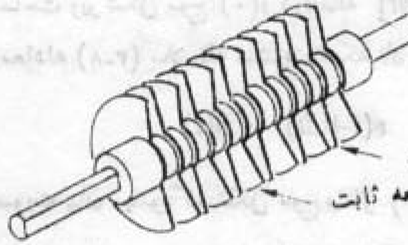
۲-۳- خازن خطی تغییرپذیر بازمان

اگر خازنی‌خطی ولی تغییرپذیر بازمان باشد مشخصهٔ‌آن‌درهرلحظه خط مستقیمی‌است که ازمبداء میگذرد ولی شیب آن به‌زمان بستگی‌دارد. بنابراین میتوان مقدار بار درلحظه t را برحسب ولتاژ درلحظه t بصورت معادله زیر بیان نمود :

$$\boxed{q(t) = C(t)\, v(t)} \qquad (۳-۹)$$

که درآن $C(\cdot)$ یک تابع زمان مشخص‌شده‌ای‌است که برای هر t ، شیب مشخصهٔ خازن را معین میکند. این تابع $C(\cdot)$ جزو مشخصهٔ خازن‌خطی تغییرپذیر بازمان‌میباشد. بنابراین معادله (۳-۱) بصورت زیر درمیآید :

$$\boxed{i(t) = \frac{dq}{dt} = C(t)\, \frac{dv}{dt} + \frac{dC}{dt}\, v(t)} \qquad (۳-۱۰)$$



شکل ۶-۳- با چرخانیدن صفحه متحرك بطور مکانیکی، این‌خازن بصورت خازن تغییرپذیر بازمان درمیآید

یک مثال ساده از خازن خطی تغییرپذیر بازمان در شکل (۶ - ۳) نشان داده شده است که درآن یک‌خازن باصفحات موازی شامل یک‌صفحه ثابت ویک صفحه متحرك است. صفحه متحرك بطرز مکانیکی و بطور متناوب‌حرکت داده میشود . میتوان ظرفیت این خازن را که بطور متناوب تغییر میکند بصورت یک سری فوریه بیان نمود .

$$C(t)=C_0+\sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(2\pi fkt+\Phi_k) \qquad (۳-۱۱)$$

که درآن f نشان دهنده فرکانس دوران صفحه متحرك است .

دربرسی تقویت کننده‌های[1] پارامتری، خازن‌های متغیرمتناوب‌اهمیت اساسی‌دارند. دربخش بعد یک نوع دیگر از خازن‌های متناوب گفته خواهد شد .

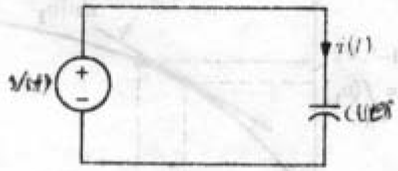
تمرین مدار نشان داده شده درشکل (۷ - ۳) را درنظر گرفته و فرض کنید ولتاژ ورودی سینوسوئید، $v(t)=A\cos\omega_1 t$ میباشد که درآن ثابت $\omega_1=2\pi f_1$ فرکانس زاویه‌ای است. گیریم خازن خطی تغییرپذیر بازمان بصورت زیر مشخص شده باشد :

$$C(t)=C_0+C_1\cos 3\omega_1 t$$

که درآن C_0 و C_1 مقادیر ثابت هستند. جریان $i(t)$ را برای همه مقادیر t تعیین کنید.

---

۱ — Amplifiers



شکل ۷-۳- یک خازن خطی تغییرپذیر بازمان که بوسیله منبع ولتاژ سینوسی تحریک میشود .

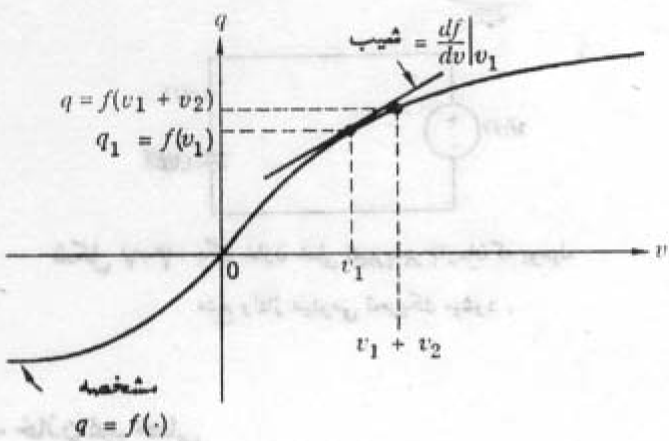
۳-۳- خازن غیرخطی

دیود واراکتور[۱] دستگاهی است که دربیشتر سیستمهای ارتباطی مدرن بعنوان یک عنصر خیلی مهم مدار درقسمتهای تقویت کننده پارامتری ، نوسان کننده‌ها[۲] و مبدلهای سیگنال[۳] بکار میرود . یک دیود واراکتور را میتوان اساساً بوسیله یک خازن غیرخطی مدل‌سازی نمود . مدل‌دقیق ترانزیستور نیز یک خازن غیرخطی دربردارد . درکاربردهای قطع و وصل[۴] خیلی سریع اغلب اثر خازن غیرخطی حائز اهمیت بسیار است . درحالت کلی، تجزیه‌وتحلیل‌مدارهائی که شامل‌عناصر « غیرخطی » میباشد خیلی‌مشکلتراز‌مدارهای خطی است . درتجزیه‌وتحلیل های غیرخطی، تکنیک‌های‌مختلفی که هریک مناسب حالت خاصی میباشد وجود دارد که درمیان آنها و شاید مفیدترین آنها روش « تجزیه و تحلیل سیگنالهای کوچک[۵] » است و این مفهوم اصلی را درمثال زیر معرفی مینمائیم .

مثال یک خازن غیرخطی راکه توسط مشخصه‌اش $q=f(v)$ (مطابق شکل (۸-۳)) معین شده است درنظرگرفته و فرض کنید ولتاژ v همانطوریکه درشکل (۹-۳) نشان داده شده مجموع دوجمله باشد ، جمله اول v_1 ، ولتاژ ثابتی است که بوسیله باتری بایاس کننده روی‌خازن‌واردشده (که‌اغلب بنام « بایاس[۶] dc » گفته میشود) وجمله‌دوم v_2، یک ولتاژ با تغییر کوچک می‌باشد . مثلاً v_2 ممکن است ولتاژ کوچکی در قسمت

---

۱ — Varactor
۲ — Oscillator
۳ — Signal converter
۴ — Switching
۵ — Small signal Analysis
۶ — Bias



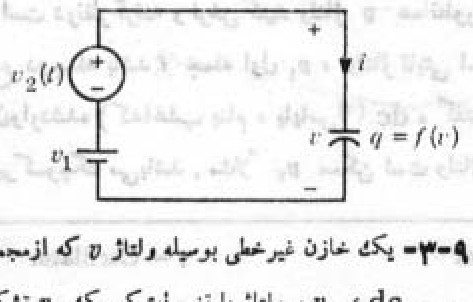
شکل ۸-۳- مشخصه یک خازن غیرخطی و تقریب سیگنال کوچک آن دراطراف نقطه‌کار $(v_1, f(v_1))$

ورودی یک گیرنده باشد. با بکار بردن بسط سری تیلور داریم:

$$q = f(v) = f(v_1 + v_2)$$

$$\approx f(v_1) + \frac{df}{dv}\Big|_{v_1} v_2 \qquad (۳-۱۲)$$

درمعادله(۱۲-۳)، ما ازجمله‌های مرتبه‌دوم وبالاتر صرفنظر کردیم، اگر v_2 بمقدار کافی کوچک باشد این یک خطای جزئی ببار میاورد. بعبارت دقیق‌تر، باید v_2 بقدر کافی کوچک باشد تا قسمتی از مشخصه که باطول $v_1 + v_2$ متناظرمیباشد توسط قطعه خط مستقیمی که ازنقطه



شکل ۹-۳- یک خازن غیرخطی بوسیله ولتاژ v که ازمجموع ولتاژ dc، v_1 و ولتاژ با تغییرات کوچک v_2 تشکیل میابد تغذیه میشود.

$((v_1 , f(v_1))$ گذشته ودارای شیب $\left.\frac{df}{dv}\right|_{v_1}$ است بطرزخوبی تقریب شده باشد. جریان $i(t)$ ازمعادله (۱-۳) عبارتست از :

$$i(t)= \frac{dq}{dt} = \left.\frac{df}{dv}\right|_{v_1} \frac{dv_2}{dt} \qquad (۳—۱۳)$$

که معادله فوق بصورت زیر است :

$$i(t)=C(v_1)\,\frac{dv_2}{dt} \qquad (۳—۱۴)$$

توجه کنید که v_1 مقدار ثابتی است وبنابراین ازنقطه نظر سیگنالهای کوچک v_2 ، ظرفیت :

$$C(v_1)= \left.\frac{df}{dv}\right|_{v_1}$$

یک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان بوده که مساوی شیب مشخصه خازن درنقطه کار آن درصفحه vq مطابق شکل(۳-۸) میباشد. ازاینروظرفیت بهولتاژ dc ، v_1 بستگی دارد.

اگرخازن غیرخطی درتقویت کننده پارامتری‌بکار برده شود ولتاژ v_1 یک مقدار ثابتی نیست ، معهذا v_2 که نمایشگر قسمت تغییرپذیر بازمان است بازهم کوچک فرض میشود تا تقریبی که‌درنوشتن معادله(۳-۱۲) بکار رفته هنوز معتبر باشد. بنابراین یک تغییرجزئی درتجزیه و تحلیل بالا باید انجام داد .

ولتاژ دوسرخازن مساوی $v_1(t)+v_2(t)$ است و از اینرو بار خازن چنین است :

$$q(t)=f(v_1(t)+v_2(t))$$

و چون $v_2(t)$ برای همه t کوچک است داریم :

$$q(t)\approx f(v_1(t))+\left.\frac{df}{dv}\right|_{v_1(t)} v_2(t)$$

گیریم :

$$q_1(t)\triangleq f(v_1(t)) \qquad (۳—۱۵)$$

بار $q_1(t)$ را میتوان بار ناشی از $v_1(t)$ درنظر گرفت . بار باقیمانده :

$$q_2(t) \triangleq q(t) - q_1(t)$$

بطور تقریبی با عبارت زیر داده میشود :

$$q_2(t) \approx \left.\frac{df}{dv}\right|_{v_1(t)} v_2(t) \qquad (۳-۱۶)$$

بار q_2 متناسب با v_2 بوده ومیتوان بعنوان تغییرات بار سیگنال کوچک ناشی از v_2 درنظر گرفت . چون v_1 یک تابع داده شده‌ای از زمان میباشد، $\left.\frac{df}{dv}\right|_{v_1(t)}$ را میتوان بعنوان خازن خطی تغییرپذیر بازمان $C(t)$ درنظر گرفت که درآن :

$$C(t) = \left.\frac{df}{dv}\right|_{v_1(t)}$$

بنابراین ما نشان دادیم که در تجزیه‌وتحلیلهای سیگنالهای کوچک ، یک خازن غیرخطی را میتوان بصورت یک خازن خطی تغییرپذیر با زمان مدل‌سازی نمود . این نوع تجزیه‌و تحلیل ، در درك تقویت کننده‌های پارامتری جنبهٔ اساسی دارد .

تمرین خازن غیرخطی که توسط معادله زیر مشخص میشود داده شده است:

$$q = ۱ - e^{-v}$$

ظرفیت C متناظر با سیگنالهای کوچک راکه بصورت $\left.\frac{df}{dv}\right|_{v_1}$ درمعادله (۳-۱۶) تعریف میشود برای حالتهای زیر تعیین کنید :

الف - $v_1 = ۱۰$ ولت

ب - $v_1 = ۱۰ + ۵\cos \omega_1 t$

فرض کنید که $v_2(t) = ۰{,}۱\cos ۱۰\omega_1 t$ باشد جریان‌تقریبی خازن‌راکه از v_2 ناشی میشود برای هردوحالت تعیین کنید .

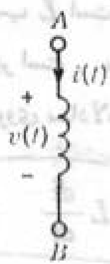
٤- سلف‌ها

سلف‌ها[1] بعلت اینکه درمیدان مغناطیسی خود انرژی ذخیره مینمایند درمدارهای الکتریکی بکارمیروند. عنصری که سلف نامیده میشود ایده‌آل‌شده یک سلف فیزیکی است. بعبارت دقیق‌تر، یک عنصر دوسر را **سلف** خواهیم گفت اگر درهرلحظه t از زمان، شار $\Phi(t)$ و جریان $i(t)$ آن در رابطه‌ای که توسط یک منحنی درصفحه $i\Phi$ تعریف میشود صدق کند. این منحنی را **مشخصهٔ سلف درزمان** t نامند. نکته اساسی این است که رابطه‌ای بین مقدار «لحظه‌ای» شار $\Phi(t)$ و مقدار «لحظه‌ای» جریان $i(t)$ وجود دارد. دربعضی حالتها ممکن‌است مشخصه با زمان تغییر کند. در دیاگرامهای مداری، یک سلف را بطور نمایشی مطابق شکل (۱-٤) نشان میدهند. ازآنجائیکه درتئوری مدار، مشخص‌سازی اساسی یک عنصر دوسر برحسب جریان و ولتاژ آن انجام میگیرد، لازم است که ارتباطی بین شار و ولتاژ شاخه برقرار شود. ولتاژ دوسر یک سلف (که با جهت قراردادی نشان داده شده درشکل (۱-٤) سنجیده میشود) مطابق قانون القاء فاراده[2] بصورت زیر داده میشود:

$$\boxed{v(t)=\frac{d\Phi}{dt}} \qquad (٤-١)$$

که درآن v برحسب ولت و Φ برحسب وبر[3] است.

اکنون مطابقت کیفی رابطه (۱-٤) را با قانون لنز[4] بررسیمیکنیم. این قانون بیان



شکل ۱-٤- نمایش یک سلف

---

۱ — Inductors
۲ — Faraday's induction law
۳ — Weber
٤ — Lenz

میدارد که نیروی محرکه‌ای که دراثر تغییر شار القاء میشود دارای چنان جهتی است که با علت تغییر شار مخالفت میکند . برای تشریح این مطلب فرض کنید که جریان i اضافه شود ، یعنی $\frac{di}{dt} > o$ ، جریان اضافه شده میدان مغناطیسی اضافی بوجودمیآورد و بنابراین شار Φ افزوده میشود، یعنی $\frac{d\Phi}{dt} > o$ ، ومطابق رابطه(۱-٤) ، $v(t) > o$ و این بدان‌معنی است که پتانسیل گره A از پتانسیل گره B بیشتراست واین دقیقاً همان جهت پتانسیل لازم برای مخالفت با افزایش بیشتر جریان را نشان میدهد .

سلفها نیز مانند مقاومتها و خازنها بسته باینکه خطی ، غیرخطی ، تغییرپذیر با زمان ویا تغییرناپذیر بازمان باشند بچهار نوع تقسیم میشوند. سلفی را **تغییر ناپذیر با زمان** گویند که مشخصهٔ آن با زمان تغییر نکند . سلفی را **خطی** گویند که درهرلحظه از زمان مشخصهٔ آن خط مستقیمی باشد که از مبداء صفحه $i\Phi$ بگذرد .

۱-٤- سلف خطی تغییر ناپذیر با زمان

بنا به تعریف، مشخصهٔ یک سلف خطی تغییر ناپذیر بازمان دارای‌معادله‌ای بصورت زیر میباشد :

$$\boxed{\Phi(t) = Li(t)} \quad (٤-٢)$$

که درآن L مقدار ثابتی بوده (نا بسته **از** t و i) و **اندوکتانس**(۱) گفته میشود . مشخصهٔ آن خط مستقیمی به شیب L است که از مبداء میگذرد . واحدهای این معادله بترتیب وبر ، هانری(۲) و آمپر است . معادله‌ای که ولتاژ دوسر سلف وجریان درون آن را بهم ارتباط میدهد بآسانی از روی معادلات (۱-٤) و (۲-٤) بدست میآید و داریم :

$$\boxed{v(t) = L\frac{di}{dt}} \quad (٤-٣)$$

و اگر ازمعادله (۳-٤) بین صفر و t انتگرال بگیریم بدست میآید :

---

۱ — Inductance ۲ — Henry

$$i(t)=i(o)+\frac{1}{L}\int_{o}^{t} v(t')\,dt' \tag{۴ - ۴}$$

گیریم $\Gamma \triangleq \frac{1}{L}$ باشد . Γ را **اندوکتانس معکوس**[1] گویند و داریم :

$$i(t)=i(o)+\Gamma\int_{o}^{t} v(t')\,dt' \tag{۴ - ۵}$$

انتگرال موجود درمعادلات (۴-۴) و (۴-۵) مساحت خالص زیر منحنی ولتاژ بین زمان صفر و زمان t میباشد. واضح است که مقدار i درلحظه t ، یعنی $i(t)$ ، بمقداراولیه آن $i(o)$ و همه مقادیر شکل موج ولتاژ $v(\cdot)$ درفاصله زمانی $[o, t]$ بستگی دارد . به این حقیقت، همانطوریکه درمورد خازنها هم گفته شد، اغلب با گفتن اینکه « سلفها دارای حافظه میباشند» اشاره میشود .

با توجه به معادله (۴-۴) تذکر این موضوع حائز اهمیت است که یک سلف خطی تغییرناپذیر بازمان بعنوان یک عنصر مدار ، فقط وقتی کاملاً مشخص میشود که جریان اولیه $i(o)$ و اندوکتانس L (شیب مشخصهٔ آن) داده شده باشد . درهمه مطالعات تئوری مدار ما با این واقعیت مهم مواجه خواهیم بود .

بایستی تأکید شود که معادله (۴-۳) یک تابع « خطی » را تعریف میکند که ولتاژ لحظه‌ای $v(t)$ را برحسب مشتق جریان که درلحظه t حساب شود بیان میدارد . معادله (۴-۴) تابعی را تعریف میکند که جریان لحظه‌ای $i(t)$ را برحسب $i(o)$ و شکل موج $v(\cdot)$ درفاصله زمانی $[o, t]$ بیان میدارد . توجه به این مطلب حائز اهمیت است که تنها اگر $i(o)=o$ باشد تابعی که بوسیله معادله (۴-۴) تعریف میشود یک « تابع خطی » است که مقدارجریان i درلحظه t ، یعنی $i(t)$ ، را برحسب شکل موج ولتاژ $v(\cdot)$ درفاصله زمانی $[o, t]$ بدست میدهد .

تمرین ۱ گیریم منبع جریان $i_s(t)$ یک سلف خطی تغییرناپذیر با زمان با

---

۱ — Reciprocal inductance

اندوکتانس L و $i(o)=o$ وصل‌شود. شکل‌موج ولتاژ $v(\cdot)$ دوسر سلف را برای‌حالتهای زیر تعیین کنید :

الف - $i_s(t)=u(t)$

ب - $i_s(t)=\delta(t)$

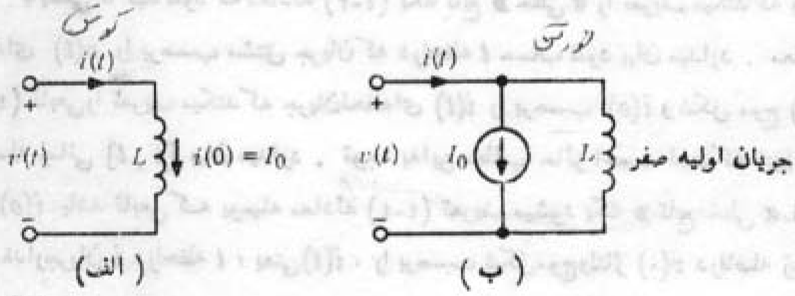
تمرین ۲ گیریم منبع ولتاژ $v_s(t)$ بیک سلف خطی تغییرناپذیر با زمان با اندوکتانس L و $i(o)=o$ وصل شود. شکل موج جریان $i(\cdot)$ در داخل سلف‌را برای حالتهای زیر تعیین کنید :

الف - $v_s(t)=u(t)$

ب - $v_s(t)=\delta(t)$

پ - $v_s(t)=A\cos\omega t$ که دراینجا A و ω مقادیر ثابت میباشند.

تبصره ۱- معادله (۴-۱) بیان‌میکند که درلحظه t، جریان شاخه $i(t)$ $(t\geqslant o)$ دریک سلف خطی تغییرناپذیر بازمان از دوجمله تشکیل میابد . جمله اول جریان $i(o)$ در لحظه $t=o$، یعنی جریان‌اولیه در سلف، و جملهٔ دوم جریان سلف L درلحظه t است بشرطیکه در $t=o$ این سلف‌دارای‌جریان اولیه صفر باشد. بنابراین هرسلف‌خطی تغییرناپذیر بازمان باجریان‌اولیه $i(o)$ را میتوان بصورت‌اتصال موازی یک‌منبع جریان دائم $I_0=i(o)$ وهمان سلف باجریان‌اولیه صفر درنظر گرفت، بشکل(۲-۴) مراجعه شود. اغلب درفصلهای بعدی با این نتیجه مفید مواجه خواهیم بود .



شکل ۲-۴- سلف با جریان اولیهٔ $i(o)=I_0$ درحالت (الف)، معادل اتصال موازی همان سلف باجریان اولیه‌صفر ومنبع جریان ثابت I_0 درحالت (ب) میباشد .

تبصره ۲- یک سلف خطی تغییرناپذیر بازمان باجریان اولیه صفر ، یعنی $i(o)=o$ را درنظر گیرید . این سلف بطور موازی با یک منبع جریان دلخواه $i_s(t)$ مطابق شکل (۳-۴ الف) وصل شده است. این اتصال موازی معادل مدار نشان داده شده درشکل(۳-۴ ب) میباشد که درآن همان سلف بطور سری با منبع ولتاژ $v_s(t)$ وصل شده و داریم :

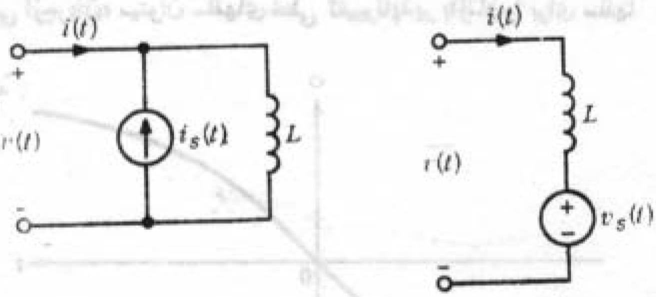
$$\boxed{v_s(t)=L\frac{di_s}{dt}} \quad \text{معادل تونن} \quad (۴-۶)$$

منبع جریان $i_s(t)$ درشکل (۳-۴ الف) (برحسب منبع ولتاژ شکل (۳-۴ ب)) چنین است:

$$\boxed{i_s(t)=\frac{۱}{L}\int_o^t v_s(t')\,dt'} \quad \text{معادل نورتن} \quad (۴-۷)$$

نتایج شکلهای (۳-۴ الف و ب) را بترتیب مدارهای معادل نرتن وتونن گویند. بخصوص اگر i_s درشکل (۳-۴ الف) تابع پله واحد باشد منبع ولتاژ v_s درشکل(۳-۴ ب) تابع ضربه $L\delta(t)$ خواهد بود .

تبصره ۳- با تکرار استدلالی مشابه آنچه که درمورد خازنها بکار رفت میتوان در مورد سلف‌ها هم، خاصیت مهم زیر را نتیجه گیری نمود : « اگر برای همه زمانها درفاصله بسته $[o, t]$ ، ولتاژ v دوسر یک سلف خطی تغییرناپذیر بازمان کراندار بماند، جریان i



$i_s(t)=\frac{1}{L}\int_0^t v_s(t')\,dt'$ (الف)

$v_s(t)=L\frac{di_s}{dt}$ (ب)

شکل ۳-۴- مدارهای معادل نرتن(الف) و تونن (ب) برای سلف با یک منبع

درفاصله زمانی باز (o, t) یک تابع پیوسته میباشد» ، یعنی مادامیکه ولتاژ دو سر یک سلف کراندار بماند جریان داخل آن سلف نمیتواند بطور لحظه‌ای از یک مقدار به مقدار متفاوتی بجهد .

۴-۲ سلف خطی تغییرپذیر بازمان

اگر سلفی خطی ولی تغییرپذیر با زمان باشد، مشخصهٔ آن درهرلحظه، خط مستقیمی است که از مبداء گذشته و شیب آن تابعی از زمان است . شار برحسب جریان بصورت زیر بیان میشود :

$$\boxed{\Phi(t)=L(t)\, i(t)} \qquad (۴-۸)$$

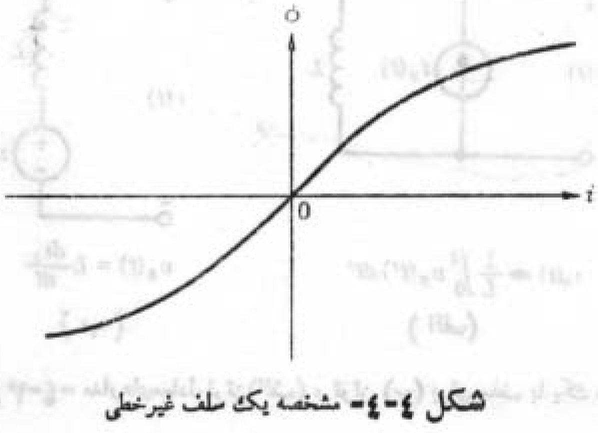
که درآن $L(\cdot)$ یک تابع معینی از زمان میباشد . در واقع تابع $L(\cdot)$ جزو مشخصه سلف تغییرپذیر بازمان است . معادله (۴-۱) بصورت زیر درمیآید :

$$\boxed{v(t)=L(t)\frac{di}{dt}+\frac{dL}{dt}\, i(t)} \qquad (۴-۹)$$

سلف خطی تغییرپذیر بر زمان

۴-۳ سلف غیرخطی

اغلب سلفهای فیزیکی دارای مشخصه‌های غیرخطی هستند و فقط برای دامنهٔ تغییرات خاصی ازجریان، میتوان سلفهای‌خطی تغییرناپذیر بازمان‌را برای سلفها مدل قرار



شکل ۴-۴- مشخصه یک سلف غیرخطی

داد. مشخصهٔ نوعی یک سلف فیزیکی درشکل(۴-۴) نشان‌داده شده است. برای‌جریانهای زیاد شار بحالت اشباع میرسد، یعنی وقتیکه جریان خیلی زیادمیشود شار به مقدار خیلی کم افزایش مییابد .

مثال گیریم مشخصهٔ یک سلف غیرخطی تغییرناپذیر بازمان را بتوان بصورت زیر نمایش داد :

$$\Phi = tanh\, i$$

جریان داخل سلف، سینوسوئید $i(t) = A\cos\omega t$ میباشد. ولتاژ دوسرسلف را حساب کنید. شار سلف عبارتست از :

$$\Phi(t) = tanh\,(A\cos\omega t)$$

و از رابطه (۱-۴) داریم :

$$v(t) = \frac{d}{dt}\,\Phi(i(t)) = \frac{d\Phi}{di}\Big|_{i(t)}\frac{di}{dt}$$

$$= \frac{d\,tanh\,i}{di}\Big|_{i(t)}\frac{d\,A\cos\omega t}{dt} = \frac{۱}{cosh^{۲}(A\cos\omega t)}\,(-A\omega\sin\omega t)$$

و نتیجه میگیریم که :

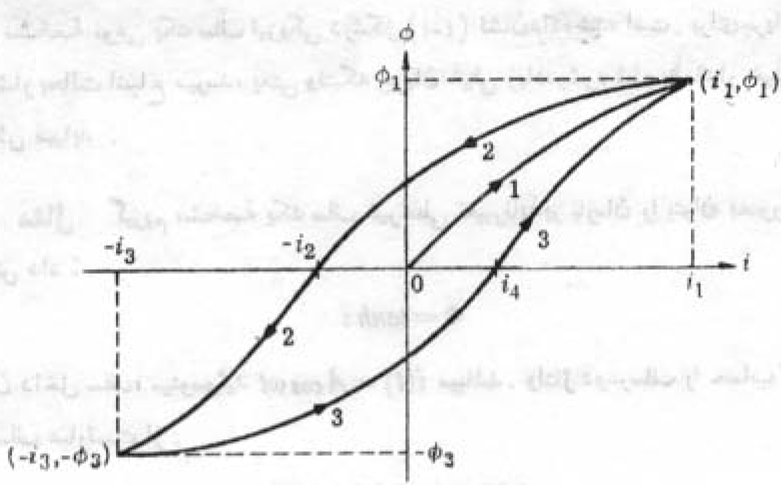
$$v(t) = -\,A\omega\,\frac{\sin\omega t}{cosh^{۲}(A\cos\omega t)}$$

بنابراین با معلوم بودن دامنه A وفرکانس زاویه‌ای ω ، جریان و ولتاژ دوسر سلف بصورت تابعی از زمان کاملاً مشخص میشوند .

۴-۴ پس‌ماند

نوع خاصی ازسلف غیرخطی‌مانند سلف با هسته فرومغناطیسی[۱] مشخصه‌ای دارد که « پدیده پس‌ماند[۲] » را نشان میدهد . مشخصهٔ پس‌ماند برحسب منحنی شار و جریان

۱ — Ferromagnetic - core
۲ — Hysteresis phenomenon

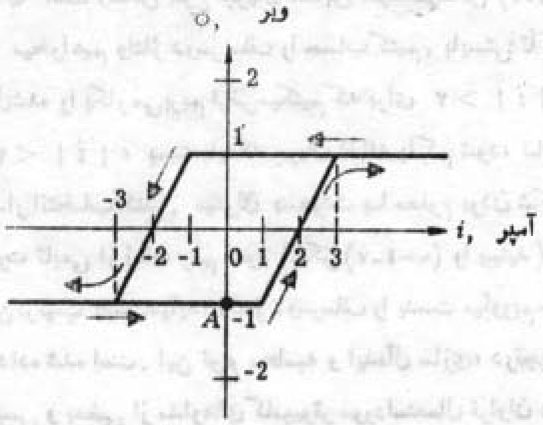


شکل ۵-۴- پدیده پس‌ماند

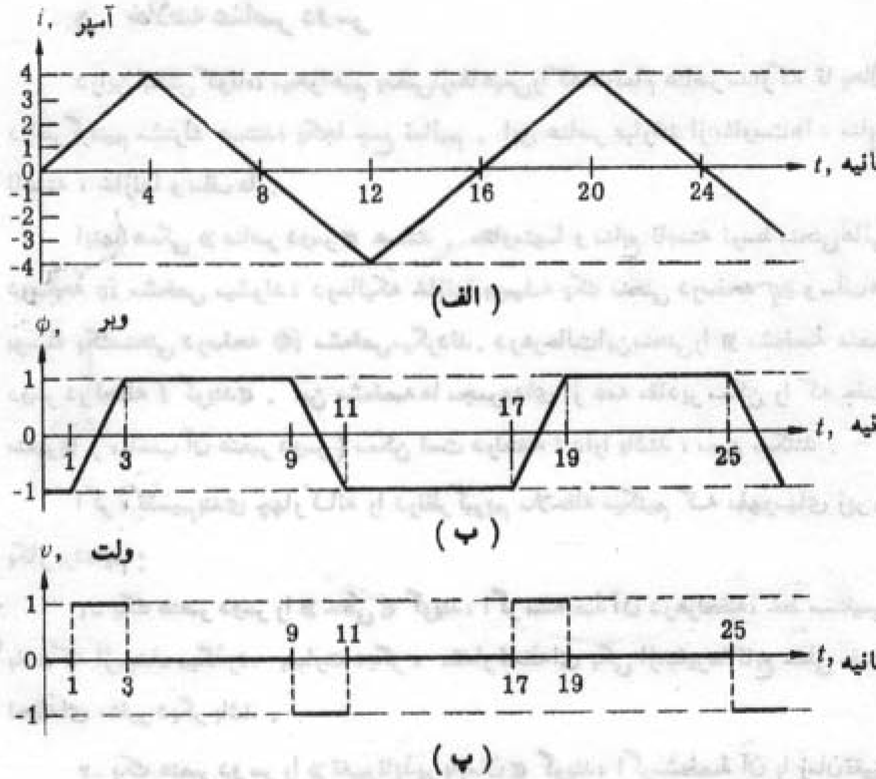
درشکل (۵ - ۴) نشان داده شده است . فرض کنید از مبداء صفحه Φi شروع نموده و جریان را بتدریج افزایش دهیم شار مطابق منحنی ۱ زیاد میشود . اگر پس از رسیدن به نقطه (i_1 , Φ_1) جریان را کاهش دهیم، شار بجای اینکه منحنی ۱ را بطورمعکوس طی کند روی‌منحنی ۲ قرارمیگیرد و وقتیکه جریان به نقطه i_2- میرسد شار بالاخره مساوی صفر میشود، واگر پس‌از رسیدن به نقطه $(-i_3 , -\Phi_3)$ جریان‌را دوباره افزایش دهیم شار منحنی ۳ را طی‌میکند و وقتیکه جریان به مقدارمثبت i_4 میرسدمقدار شار صفر میگردد .

تعریفی که برای سلف بعنوان یک عنصر مدار دادیم حالتی را که سلف فیزیکی پدیده پس‌ماند را نشان دهد شامل نمیباشد زیرا وقتی که بطور دقیق صحبت شود مشخصهٔ نشان داده شده درشکل (۵ - ۴) یک منحنی نیست . تا آنجا که میدانیم هیچ طریق مؤثری برای توصیف پدیده کلی پس‌ماند وجود ندارد ، معهذا ما درمثال زیر نشان میدهیم که چگونه با ایده‌آل سازی مناسب وبرای نوع معینی ازشکل موج جریان، تعیین ولتاژدوسر سلفی که پدیده پس‌ماند را نشان میدهد ساده میباشد .

مثال گیریم یک سلف غیرخطی‌دارای‌مشخصهٔ پس‌ماندایده‌آل شده مطابق شکل (۶-۴) بوده و فرض میکنیم نقطه کار در لحظهٔ صفر درنقطه A روی مشخصه باشد که درآن



شکل ۶-۴- مشخصهٔ یک سلف که دارای خاصیت پس‌ماند است .



شکل ۷-۴- شکل‌موجهای i ، Φ و v برای یک سلف غیرخطی که مشخصهٔ پس‌ماندآن درشکل (۶-۴) نشان داده شده است .

$i=o$ و ۱ — = Φ است وشکل موج جریان مطابق آنچه درشکل (۷-٤ الف) نشان‌داده شده است باشد ، میخواهیم ولتاژ دوسر سلف را حساب کنیم. بایستی تأکید شود که وقتی ما مشخصهٔ ایده‌آل‌شده را بکار می‌بریم فرض میکنیم که برای ۲ < | i | شارمقدار ثابتی بوده ودرحالت ۲ > | i | ، بسته باینکه جریان اضافه یاکم شود، شارممکن‌است برای هرمقدار i دو مقدار انتخاب کند . میتوان بسهولت با معلوم بودن شکل موج جریان ، منحنی Φ را بصورت تابعی از زمان رسم نمود (شکل(۷-٤ ب) را ببینید) . با مشتق گیری ازتابع Φ که بدین‌ترتیب بدست‌میآید، ولتاژ دوسرسلف را بدست میآوریم. این‌نتیجه‌درشکل (۷-٤ پ) نشان داده شده است. این نوع محاسبه و ایده‌آل سازی، درتجزیه وتحلیل‌تقویت کننده‌های مغناطیسی و بعضی از مدارهای کامپیوتر مورداستعمال فراوان دارد .

۵ خلاصه عناصر دوسر

دراین بخش کوتاه، میخواهیم بعضی‌ازمفاهیمی‌را که درتمام عناصر مدارکه تا بحال درنظرگرفتیم مشترك هستند، یکجا جمع نمائیم . این عناصر عبارتند از مقاومت‌ها ، منابع نابسته ، خازنها و سلف‌ها .

اینها همگی « عناصر دوسر » هستند . مقاومتها و منابع نابسته توسط منحنی‌هائی درصفحه iv مشخص میشوند، درحالیکه خازنها بوسیله یک منحنی درصفحه vq و سلف‌ها بوسیله یک‌منحنی درصفحه $i\Phi$ مشخص‌میگردند. درهرحالت‌این‌منحنی‌را « مشخصهٔ عنصر دوسر درلحظه t گویند» . این مشخصه‌ها مجموعه‌ای از همه مقادیر ممکن را که جفت متغیرها (مناسب آن عنصر دوسر) ممکن است درلحظه t دارا باشند ، معین میکنند .

اگر ، تقسیم‌بندی چهارگانه را درنظرگیریم ملاحظه میکنیم که مفهومهای زیر را بکار برده‌ایم :

۱- یک عنصر دوسر را « خطی » گویند، اگر مشخصهٔ آن درهرلحظه، خط مستقیمی باشد که ازمبداء میگذرد. بعبارت دیگر ، مقدارلحظه‌ای یکی ازمتغیرها تابع خطی مقدار لحظه‌ای متغیر دیگر باشد .

۲- یک عنصر دوسر را « تغییرناپذیر بازمان » گویند، اگرمشخصهٔ آن با زمان‌تغییر نکند، و بالنتیجه یک عنصر دوسر را « خطی تغییرناپذیر بازمان » گویند، اگر این عنصر هم‌خطی و هم تغییرناپذیر با زمان باشد، و بنابه تعریف این بدین‌معنی‌است که مشخصهٔ آن

خط مستقیم ثابتی است که از مبداء میگذرد. این مشخصه بوسیله یک عدد یعنی شیب آن کاملاً مشخص میشود.

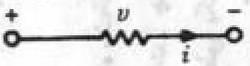
درجدول (۱ - ۲) عبارتهای جبری معین کننده مشخصه‌ها و معادلات ارتباط دهنده ولتاژ و جریان برای هریک ازعناصر دوسر داده شده‌است. چنانکه قبلاً گفته شد، خازنهای فیزیکی معمولی دارای یک مشخصه vq است که بطور یکنوا افزایش می‌یابد و بنابراین مقدار لحظه‌ای بار $q(t)$ را میتوان همیشه توسط یک تابع تک ارز برحسب مقدار لحظه‌ای ولتاژ $v(t)$ بیان نمود. بنابراین اگر خازنی تغییرناپذیر با زمان باشد میتوان مشخصهٔ آنرا بصورت $q=f(v)$ نوشت و اگر خازن تغییرپذیر با زمان باشد بصورت:

$$q(t)=f(v(t)\ ,\ t)$$

نوشت. اگر پدیده پس‌ماند را درنظر نگیریم، میتوان توضیحات مشابهی هم برای سلفها بیان نمود. برای سلفهای تغییرناپذیر بازمان، میتوان‌مشخصه را همواره بصورت $\Phi=f(i)$ و برای حالت تغییرپذیر بازمان بصورت $\Phi(t)=f(i(t)\ ,\ t)$ نوشت.

درمورد مقاومتها وضع پیچیده‌تری وجود دارد. با مراجعه به شکل (۹-۱) ملاحظه میشود که مشخصهٔ یک دیود تونلی را میتوان بوسیله معادله‌ای بشکل $i=f(v)$ نوشت که درآن f یک تابع تک ارز میباشد. در واقع برای هرمقدار ولتاژ v، مشخصه یک وتنها یک مقدار برای جریان لحظه‌ای i مجاز میدارد. چنین مقاومتی را «کنترل شده با ولتاژ» گویند. ازطرف دیگر، اگر بشکل (۱۰-۱) مراجعه کنیم ملاحظه میکنیم که مشخصهٔ یک حباب گازدار دارای این خاصیت است که برای هرمقدار جریان i، مشخصه یک و تنها یک مقدار برای v مجاز میدارد و داریم $v=f(i)$، که درآن f یک تابع تک ارز میباشد. چنین مقاومتی را «کنترل‌شده با جریان» گویند. بعضی مقاومتها مانند دیود ایده‌آل، نه کنترل شده باجریان و نه کنترل شده با ولتاژ هستند. اگر $v=o$ باشد، جریان میتواند هرمقدار نامنفی را داشته باشد (ازاینرو نمیتواند مقاومت کنترل شده با ولتاژ باشد) و اگر $i=o$ باشد ولتاژ میتواند هرمقدار نامثبت را داشته باشد (ازاینرو نمیتواند مقاومت کنترل شده با جریان باشد). یک مقاومت خطی بشرطیکه $o<R<\infty$ باشد، هم کنترل شده با ولتاژ وهم کنترل شده با جریان میباشد.

جدول ۱-۲ خلاصهٔ طبقه بندی چهارگانهٔ عناصر دوسر

	خطی		غیر خطی	
	تغییر ناپذیر بازمان	تغییر پذیربا زمان	تغییر ناپذیر بازمان	تغییر پذیربا زمان
مقاومتها 	$v(t) = Ri(t)$ $i(t) = Gv(t)$ $R = 1/G$	$v(t) = R(t)i(t)$ $i(t) = G(t)v(t)$ $R(t) = 1/G(t)$	$v(t) = f(i(t))$ Current-controlled $i(t) = g(v(t))$ Voltage-controlled	$v(t) = f(i(t),t)$ Current-controlled $i(t) = g(v(t),t)$ Voltage-controlled
خازنها $i = \frac{dq}{dt}$ 	$q(t) = Cv(t)$ $i(t) = C\frac{dv}{dt}$ $v(t) = v(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i(t')\,dt'$	$q(t) = C(t)v(t)$ $i(t) = \frac{dC}{dt}v(t) + C(t)\frac{dv}{dt}$	$q(t) = f(v(t))$ $i(t) = \left.\frac{df}{dv}\right\|_{v(t)}\frac{dv}{dt}$	$q(t) = f(v(t),t)$ $i(t) = \frac{\partial f}{\partial t} + \left.\frac{\partial f}{\partial v}\right\|_{v(t)}\frac{dv}{dt}$
سلفها $v = \frac{d\phi}{dt}$ 	$\phi(t) = Li(t)$ $v(t) = L\frac{di}{dt}$ $i(t) = i(0) + \frac{1}{L}\int_0^t v(t')\,dt'$	$\phi(t) = L(t)i(t)$ $v(t) = \frac{dL}{dt}i(t) + L(t)\frac{di}{dt}$	$\phi(t) = f(i(t))$ $v(t) = \left.\frac{df}{di}\right\|_{i(t)}\frac{di}{dt}$	$\phi(t) = f(i(t),t)$ $v(t) = \frac{\partial f}{\partial t} + \left.\frac{\partial f}{\partial i}\right\|_{i(t)}\frac{di}{dt}$

۶- توان وانرژی

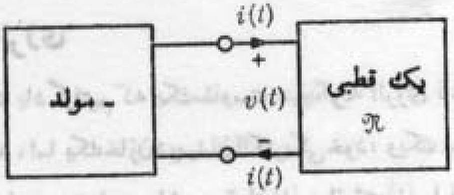
در درس فیزیک یاد گرفتیم که یک‌مقاومت هیچگونه انرژی ذخیره نکرده بلکه‌انرژی الکتریکی‌را جذب‌میکند، اما یک‌خازن‌درمیدان‌الکتریکی‌خود، ویک سلف درمیدان‌مغناطیسی خود انرژی ذخیره مینمایند . دراین بخش ، **توان**[۱] و **انرژی**[۲] را از نقطه نظری که برای مدارهای فشرده بسیار راحت باشد موردبحث قرار خواهیم داد .

دربررسی مدارهای فشرده ، تا بحال توجه خود را به عناصر دوسر متمرکز کرده‌ایم . حال میخواهیم بررسی وسیعتری انجام دهیم . فرض کنید مداری دراختیار داشته و دوسیم ازاین مدار بیرون آورده و آنرا به مدار دیگری که مولد[۳] مینامیم وصل کنیم (به شکل (۱-۶) مراجعه شود) . مثلاً مداری که با آن شروع میکنیم ممکن‌است یک بلندگو باشد که آنرا بدوسر کابلی که از یک تقویت کننده قدرت بیرون آمده وصل کنیم .بنابراین تقویت کننده قدرت بعنوان یک مولد درنظر گرفته میشود . مداری را که درنظرگرفته‌ایم **مدار دوسر**[۴] خواهیم گفت ، زیرا از نقطه نظرما ، فقط ولتاژ و جریان دوسر آن و انتقال توانی که‌دراین سرها انجام میگیرد موردتوجه است .

دراصطلاح جدید، یک مدار دوسر را **یک قطبی**[۵] گویند . لفظ « یک قطبی » دراینجا کاملاً مناسب است زیرا منظور از **قطب** ، یک جفت ازسرهای یک مدار است که درآن ، درهرلحظه از زمان، جریان‌لحظه‌ای که وارد یکی ازاین سرها میشود مساوی جریان لحظه‌ای است که از سر دیگر خارج میشود. این‌واقعیت درشکل (۱-۶) تشریح شده‌است. توجه کنید که جریان $i(t)$ که وارد سربالائی یک‌قطبی $\mathcal{N}$ میشودمساوی جریان $i(t)$ است که از سرپائینی یک‌قطبی $\mathcal{N}$ خارج‌میشود. جریان $i(t)$ را که واردقطب میشود **جریان قطب** و ولتاژ $v(t)$ دوسر قطب را **ولتاژ قطب** گویند . درنظریه مدارها، مفهوم قطب بسیار حائز اهمیت‌است و وقتیکه کلمهٔ یک قطبی را بکار می‌بریم ، میخواهیم نشان دهیم که فقط ولتاژ وجریان قطب موردتوجه ما است. سایر متغیرهای شبکه که مربوط به عناصر داخل یک قطبی‌است قابل دسترس نیستند. وقتیکه شبکه $\mathcal{N}$ را به عنوان یک قطبی درنظر

---

۱ — Power
۲ — Energy
۳ — Generator
۴ — Two Terminal
۵ — One port



شکل ۱-٦- توان لحظه‌ای که در زمان t وارد یک قطبی $\mathcal{N}$ میشود مساوی $p(t)=v(t)\,i(t)$ است

میگیریم، تا آنجائیکه مورد توجه ما است، منظور ازقطب، یک جفت سیمی است که ازیک **جعبه سیاه**[۱] بیرون آمده باشد. این جعبه بدان‌جهت سیاه گفته میشود که ما مجاز نیستیم محتویات داخل آنرا ببینیم ! با بخاطر سپردن این مفهوم، واضح است که مقاومتها، منابع ولتاژ نابسته، خازنها و سلفها مثالهای ساده وخاصی از « یک قطبی‌ها » هستند که فقط از یک عنصر تشکیل می‌یابند.

یک مطلب اساسی‌فیزیک این‌است که **توان لحظه‌ای** « که وارد یک قطبی میشود مساوی حاصلضرب ولتاژ قطب درجریان قطب‌است» ، بشرطیکه جهت‌های قراردادی ولتاژ قطب و جریان قطب، جهت‌های قراردادی متناظر نشان داده شده درشکل (۱-٦) باشند. گیریم $p(t)$ نشان دهنده توان لحظه‌ای (برحسب وات[۲]) باشد که در زمان t توسط مولد به یک قطبی تحویل داده میشود . دراینصورت :

$$\boxed{p(t)=v(t)\,i(t)} \qquad (٦-١)$$

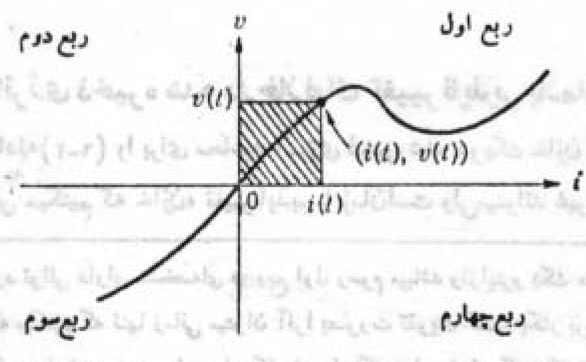
که درآن v برحسب ولت و i برحسب آمپر است. چون انرژی (برحسب ژول[۳]) انتگرال توان (برحسب وات) میباشد، نتیجه میشود که « **انرژی تحویل داده شده** » «مولد به یک قطبی از t_0 تا زمان t عبارتست از» :

$$\boxed{W(t_0\,,\,t) \triangleq \int_{t_0}^{t} p(t')\,dt' = \int_{t_0}^{t} v(t')\,i(t')\,dt'} \qquad (٦-٢)$$

۱ — Black box ۲ — Watt ۳ — Joule

۱-۶ توان ورودی به یک مقاومت - پسیو بودن

ازآنجائیکه یک مقاومت بوسیله یک منحنی درصفحه vi (یا صفحه iv) مشخص میشود ، هرگاه « نقطه کار[1] » $(i(t),v(t))$ در روی مشخصه معین شود ، توان لحظه‌ای که در زمان t وارد مقاومت میشود بطور یکتائی معین میگردد . توان لحظه‌ای مساوی مساحت مستطیلی‌است که توسط نقطه کار ومحورهای صفحه iv مطابق شکل (۲-۶) تشکیل میشود . هرگاه نقطه کار در ربع اول یا سوم باشد (بنابراین $iv > o$) ، توان وارد شده به مقاومت مثبت‌است، یعنی مقاومت از دنیای خارج توان دریافت مینماید. اگر نقطه کار در ربع دوم یا چهارم باشد (بنابراین $iv < o$) توانی که وارد مقاومت میشود منفی است یعنی مقاومت بدنیای خارج توان تحویل‌میدهد. ازاین‌جهت، اگر برای هرلحظه t از زمان،مشخصهٔ مقاومتی در ربع اول وسوم قرارگیرد این مقاومت‌را پسیو[2] گویند . دراینجا ربع‌های اول‌وسوم محورهای i و v را نیز شامل میشود. محدودیت هندسی‌مشخصهٔ یک مقاومت پسیو معادل این است که درهرلحظه از زمان، صرفنظر ازشکل موج جریانی که از داخل آن میگذرد $p(t) \geqslant o$ میباشد . این خاصیت اساسی مقاومتهای پسیو است . « یک مقاومت پسیو هیچوقت بدنیای خارج توانی تحویل نمیدهد » . بسادگی میتوان



شکل ۲-۶- توانی که درزمان t وارد مقاومت میشودمساوی $v(t)\ i(t)$ است

---

۱ — Operating point ۲ — Passive

ملاحظه کرد که یک دیود ژرمانیوم و یک دیود تونلی* ، یک مدار باز ، یک مدار اتصال کوتاه و یک مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان با $R \geqslant 0$ مقاومتهای پسیو هستند .

مقاومتی راکه پسیو نباشد اکتیو[1] گویند مثلاً هرمنبع ولتاژ (که درآن v_s متحد باصفر نباشد) و هرمنبع جریان (که درآن i_s متحد باصفر نباشد) یک مقاومت اکتیو است زیراکه مشخصه آن درهرلحظه، موازی‌محور i ها یامحور v ها میباشد وبنابراین به‌ربع های اول و سوم محدود نشده است . تذکر این نکته قابل توجه است که برای یک « مقاومت خطی » (تغییرپذیر بازمان یا تغییرناپذیر بازمان) « اگر وتنها اگر ، برای بعضی‌از زمان t رابطه $R(t) < 0$ برقرار باشد اکتیو است » . دلیل این موضوع این است که مشخصه یک مقاومت خطی ، خط مستقیمی است که از مبداء گذشته و شیب آن مساوی مقاومت R میباشد، ازاینرو اگر $R < 0$ باشد مشخصه در ربعهای دوم و چهارم قرار میگیرد. ازاینجا نتیجه میشود که اگر جریانی از داخل این مقاومت بگذرد (مثلاً توسط یک منبع جریان) و $R(t) < 0$ باشد، مقاومت به‌دنیای خارج توانی بمیزان $|R(t)|\, i^2(t)$ وات تحویل میدهد . حقیقت این است که بندرت میتوان یک عنصر فیزیکی پیدا نمود که مانند یک مقاومت‌خطی‌اکتیو طبق تعریف بالا رفتار نماید، معهذا مدل یک مقاومت خطی اکتیوحائز اهمیت است زیرا یک مقاومت غیرخطی مانند دیود تونلی درتجزیه و تحلیل سیگنالهای کوچک بصورت یک مقاومت خطی اکتیو رفتار مینماید و این مطلب درفصل بعد توضیح داده خواهد شد .

۲-۶ انرژی ذخیره شده درخازنهای تغییر ناپذیر بازمان

اکنون‌معادله(۲-۶) را برای محاسبه انرژی ذخیره شده دریک خازن بکارمی‌بریم . برای سادگی فرض میکنیم که خازن، تغییرناپذیر با زمان‌است ولی‌میتواند غیرخطی‌باشد**.

---

* یک دیود تونلی دارای مشخصه‌ای در ربع اول وسوم میباشد وازاینرو یک عنصر پسیواست. در فصل سوم ملاحظه میکنیم که تنها زمانی میتوان آنرا بصورت تقویت کننده بکار برد که یک عنصر اکتیو خارجی به‌آن وصل شود . درعمل ، این کار توسط یک مدار با پاس‌کننده که شامل یک باتری است انجام میگیرد .

** انرژی ذخیره شده در خازنها و سلفهای تغییرپذیر با زمان مستلزم محاسبات دقیقی است . محاسبه آنها درفصل ۱۹ انجام خواهد شد .

[1] — Active

فرض کنید یک قطبی شکل (۱ - ٦) که به‌یک مولد وصل‌است یک خازن باشد . جریان درون خازن عبارتست از :

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \qquad (٦ - ٣)$$

گیریم مشخصهٔ خازن بوسیله تابع $\hat{v}(\cdot)$ توصیف شده باشد یعنی :

$$v = \hat{v}(q) \qquad (٦ - ٤)$$

بنابراین انرژی که از زمان t_0 تا t توسط مولد به خازن تحویل داده میشود عبارتست از :

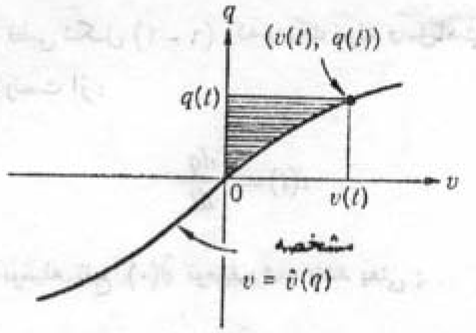
$$W(t_0\,,\,t) = \int_{t_0}^{t} v(t')\, i(t')\, dt' = \int_{q(t_0)}^{q(t)} \hat{v}(q_1) dq_1 \qquad (٦ - ٥)$$

برای بدست آوردن معادله (٥ - ٦) ابتدا معادله (٣ - ٦) را بکار برده و طبق آن نوشتیم:

$$i(t')\, dt' = dq_1$$

که درآن q_1 ، متغیر ساختگی انتگرال گیری و نشان دهنده بار الکتریکی میباشد . معادله (٤ - ٦) را برای بیان ولتاژ $v(t')$ بصورت مشخصهٔ خازن یعنی تابع $\hat{v}(\cdot)$ برحسب متغیر انتگرال گیری q_1 بکار بردیم، و بنابراین حدهای پائین و بالای انتگرال گیری هم متعاقباً از t_0 به $q(t_0)$ واز t به $q(t)$ تغییر کردند. حال فرض میکنیم که بار اولیه‌خازن صفر باشد، یعنی $q(t_0) = o$. بکار بردن حالت بدون بارخازن بعنوان حالتی که متناظر با انرژی ذخیره شده صفر درخازن باشد کاملاً طبیعی است . ازآنجائیکه خازن فقط انرژی ذخیره نموده و هیچگونه انرژی‌اتلاف‌نمی‌نماید، نتیجه میگیریم که انرژی ذخیره شده درزمان t ، یعنی $\mathcal{E}_E(t)$ مساوی انرژی $W(t_0\,,\,t)$ است که از زمان t_0 تا t توسط مولد به‌خازن تحویل داده شده است. بنابراین **انرژی ذخیره شده درخازن** از روی رابطه (٥ - ٦) بدست میآید :

$$\mathcal{E}_E(t) = \int_{o}^{q(t)} \hat{v}(q_1)\, dq_1 \qquad (٦ - ٦)$$



شکل ۳-۶- سطح هاشورخورده انرژی ذخیره شده در زمان t دریک خازن را نشان میدهد .

برحسب مشخصه خازن درصفحه vq، مساحت هاشورخورده درشکل (۳ - ۶) انرژی ذخیره شده را نشان میدهد (توجه کنید که دراین شکل q محور عرضها و v محور طولها میباشد و بنابراین انتگرال (۶ - ۶) سطح هاشورخورده « بالای» منحنی را نشان میدهد). واضح است که اگر مشخصه ازمبداء صفحه vq گذشته و در ربع های اول و سوم قرار گیرد، انرژی ذخیره شده همیشه نامنفی است. هرگاه انرژی ذخیره شده دریک خازن همیشه نامنفی باشد خازن‌را **پسیو** گویند . برای یک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان، معادله مشخصه بصورت زیر است :

$$q = Cv \tag{۶ - ۷}$$

که درآن C ثابتی است که به t و v بستگی ندارد . معادله (۶ - ۶) تبدیل به عبارت آشنای زیر میگردد :

$$\boxed{\mathcal{E}_E(t) = \int_0^{q(t)} \frac{q_1}{C}\, dq_1 = \frac{1}{2}\,\frac{q^2(t)}{C} = \frac{1}{2}\, Cv^2(t)} \tag{۶ - ۸}$$

بنابراین خازن خطی تغییرناپذیر با زمان وقتی پسیو است که ظرفیت آن نامنفی باشد و زمانی اکتیو است که ظرفیت آن منفی باشد. یک خازن اکتیو انرژی منفی ذخیره مینماید، یعنی به‌خارج انرژی تحویل میدهد . البته این عمل از لحاظ فیزیکی تحقق‌پذیر نیست . معهذا میتوان دریک فاصله کارکوچک و باند بار یکی از فرکانس ، بوسیله مدارهای

الکترونیکی که بطور مناسبی طرح شده باشند یک خازن با ظرفیت منفی تهیه نمود .

درفصل ۱۹ خواهیم دید که یک‌خازن خطی تغییرپذیر با زمان حتی اگر $C(t)$ برای تمام t مثبت باشد ممکن است اکتیو باشد .

۶-۳ انرژی ذخیره شده درسلفهای تغییر ناپذیر بازمان

محاسبه‌انرژی ذخیره شده دریک سلف، مشابه محاسباتی‌است که درموردخازن انجام گرفت و در واقع اگر درمحاسبات قبلی متغیرها را بطورمناسبی تغییر دهیم (i را به v ، q را بـه Φ و v را به i تبدیل کنیم) نتایج متناظر را بـرای یک سلف بدست‌میآوریم . این عمل که جنبه‌ای از روش‌دوگانی[1] است درنظریه مداراهمیت زیادی دارد . مبحث‌دوگانی بعداً با تشریح کافی بررسی خواهد شد .

قانون فاراده درمورد یک سلف بیان میکند که :

$$v(t) = \frac{d\Phi}{dt} \qquad (۶-۹)$$

گیریم مشخصهٔ سلف بوسیله تابع $\hat{i}(\cdot)$ توصیف شده باشد یعنی :

$$i = \hat{i}(\Phi) \qquad (۶-۱۰)$$

فرض کنید که سلف یک قطبی‌ای باشد که مطابق شکـل (۱ - ۶) به مولد وصل شده است دراینصورت انرژی تحویل داده شده به سلف بوسیله مولد از زمان t_0 تا t عبارتست از :

$$W(t_0, t) = \int_{t_0}^{t} v(t')\, i(t')\, dt' = \int_{\Phi(t_0)}^{\Phi(t)} \hat{i}(\Phi_1)\, d\Phi_1 \qquad (۶-۱۱)$$

برای بدست آوردن (۱۱ - ۶) معادله (۹ - ۶) را بکار برده و نوشتیم :

$$v(t')\, dt' = d\Phi_1$$

که درآن متغیر ساختگی انتگرال Φ_1 ، شار را نشان میدهد . برای بیان جریان برحسب

---

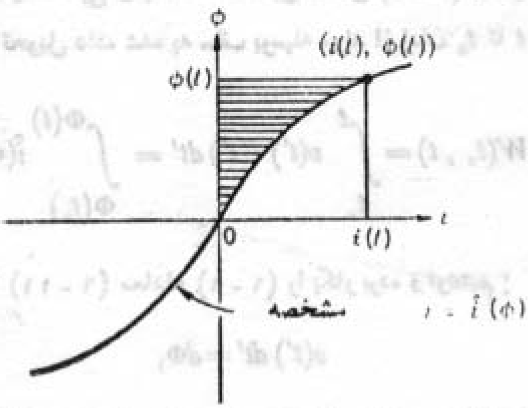
1 — Duality

شارمعادله(۶-۱۰) بکار رفت. روش عمل، مشابه‌روش بدست‌آوردن‌معادله (۶-۵)میباشد. فرض کنید که شاراولیه صفر باشد یعنی $\Phi(t_0)=0$. مجدداً انتخاب‌این‌حالت سلف، متناظر باحالتی‌است که انرژی ذخیره شده مساوی‌صفر باشد و با مشاهده اینکه یک سلف فقط انرژی ذخیره کرده وهیچگونه انرژی تلف نمیکند، نتیجه میگیریم که انرژی‌مغناطیسی‌ذخیره شده در زمان t یعنی $\mathcal{E}_M(t)$ مساوی انرژی تحویل داده شده $W(t_0, t)$ مولد به سلف از زمان t_0 تا t میباشد و بنابراین **انرژی ذخیره شده درسلف** عبارتست از :

$$\boxed{\mathcal{E}_M(t)=\int_0^{\Phi(t)} \hat{i}(\Phi_1)\,d\Phi_1} \qquad (۶-۱۲)$$

سطح هاشور زده شکل(۶-۴) ، انرژی ذخیره شده درسلف را برحسب مشخصهٔ آن درصفحه $i\Phi$ نمایش میدهد و بطریق مشابه، اگر مشخصهٔ صفحه $i\Phi$ از مبداء گذشته ودر ربع‌های اول و سوم قرار گیرد انرژی ذخیره شده همیشه نامنفی است . اگر انرژی ذخیره شده یک سلف همیشه نامنفی باشد آنرا **پسیو** گویند. یک سلف خطی تغییرناپذیر با زمان دارای مشخصه‌ای بصورت زیر میباشد .

$$\Phi=Li \qquad (۶-۱۳)$$



شکل ۶-۴- سطح هاشورخورده انرژی ذخیره شده، درزمان t درسلف را نشان میدهد

که درآن L ثابتی است که به i و t بستگی ندارد . از اینرو معادله (۱۲ - ۶) به‌صورت آشنای زیر منجر میشود :

$$\boxed{\mathcal{E}_M(t)=\int_0^{\Phi(t)} \frac{\Phi_1}{L}\, d\Phi_1 = \frac{1}{2}\,\frac{\Phi^2(t)}{L} = \frac{1}{2}Li^2(t)} \qquad (۶-۱۴)$$

و بنابراین یک سلف خطی تغییرناپذیر بازمان وقتی پسیو است که اندوکتانس آن نامنفی باشد و زمانی اکتیو است که اندوکتانس آن منفی باشد .

۷- عناصر فیزیکی درمقابل اجزاء مدار

چنانکه درابتدای این فصل بیان شد اجزاء مدار که تعریف‌آنها داده شد ، مدلهای مداری با مشخصه‌های ساده ولی دقیق هستند . این مدلهای مداری مشابه ذره و جسم سخت یک فیزیکدان می‌باشند . مدلهای مداری درتجزیه و تحلیل و ترکیب مدارها و سیستمهای فیزیکی‌ضروری‌هستند هرچند باید دانست که « اجزاء فیزیکی » مانند مقاومتهای فیزیکی (که باید از مقاومتهای مدلی متمایز شوند) ، دیودها ، سیم‌پیچ ها و ظرفیت‌ها که ما با آنها درآزمایشگاه سروکارداشته یاآنهارادرمدارهای‌عملی بکارمیبریم فقط میتوانندتوسط مدلهای‌مداری ما تقریب شوند. علم مهندسی برخلاف ریاضیات‌موضوع دقیقی نیست وتقریباً درحل‌تمام مسائل بکاربردن تقریب لازم واساسی است. مساله اساسی شناختن مدل‌مناسب و بکاربردن تقریب معتبر درحل مسائل است .

دراین بخش به بحث مختصری درباره مساله مدل سازی بعضی از عناصر فیزیکی که معمولاً بکارمیرونـد می‌پردازیم. بسیاری از عناصر فیزیکی را میتوان، کم و بیش دقیق، با مشخصهٔ اصلی فیزیکی آنها مدل سازی کرد . مثلاً یک ظرفیت با صفحات موازی را در شرایط عادی کار (که شرح‌داده خواهد شد)، میتوان با یک خازن‌خطی تغییرناپذیر بازمان مدل نمود. درفرکانسهای پائین میتوان یک‌دیود پیوندی را بعنوان یک مقاومت غیرخطی درنظرگرفته وسپس آنرا به‌صورت ترکیبی ازیک دیود ایده‌آل ومقاومت‌خطی تقریب نمود . معهذا دربکاربردن این عناصر بایستی متوجه شویم که تحت چه شرایطی این مدلها معتبر است و مهمتر ازآن درچه صورتی لازم است اصلاحاتی درمدل بعمل آید . درمطالب زیر

سه موضوع اساسی را که درمدل سازی برای عناصر فیزیکی اهمیت فراوان دارند مورد بحث قرار میدهیم .

« دامنهٔ کار » هرعنصر فیزیکی برحسب دامنهٔ کار[۱] طبیعی خود مشخص میشود. ولتاژ حداکثر ، جریان حداکثر وتوان حداکثر تقریباً همواره برای هردستگاهی معین میشود و اگر درمداری ولتاژ ، جریان یا توان ازمقدار معین شده تجاوز نماید نمیتوان برای عنصر بطریق معمولی خود مدل سازی کرد و اگر عنصری درچنین شرایطی بکار برده شود ممکن است عملاً ازکار بیافتد .

دامنهٔ کار دیگری که معمولاً معین میشود ، دامنه تغییرات فرکانس میباشد. مثلاً درفرکانسهای خیلی بالا نمیتوان یک مقاومت را برای یک مقاومت فیزیکی مدل قرارداد. وقتی بطور دقیق صحبت شود، هرزمان که اختلاف ولتاژی موجود باشد یک میدان الکتریکی بوجود می‌آید و ازاینرو مقداری انرژی الکترواستاتیکی ذخیره میشود. بطریق مشابه، وجود یک جریان لازم میدارد که مقداری انرژی مغناطیسی هم ذخیره شود. درفرکانسهای پائین این گونه آثار قابل صرفنظر است و بنابراین میتوان یک مقاومت فیزیکی را بعنوان ، تنها یک عنصر مدار، یعنی یک مقاومت مدل نمود. درحالیکه درفرکانسهای بالا، یک مدل خیلی دقیق باید علاوه برمقاومت شامل سلف وخازن نیز باشد. بنابراین بمنظور مدل ساختن برای یک عنصر فیزیکی ، دو یا چند جزء مدار را بکار می‌بریم . با مشخص کردن دامنهٔ تغییرات فرکانس، میدانیم که درداخل این فاصله، یک مقاومت فیزیکی را تنها میتوان بوسیله یک مقاومت مثلاً ۱۰۰ اهمی مدل سازی کرد .

« اثر درجه حرارت » مقاومت‌ها ، دیودها و تقریباً همه عناصر مدار درمقابل درجه حرارت حساس هستند و اگر آنها را درمحیط‌هائی که درجه حرارت آنها تغییر میکند بکار ببرند مشخصهٔ آنها تغییرپذیر با زمان خواهد بود. دستگاههائی که با نیمه هادی‌ها[۲] کار میکند درمقابل تغییر درجه حرارت بسیار حساس هستند و مدارهائی که ازدستگاههای نیمه‌هادی تشکیل میشود، اغلب قسمتهای اضافی دیگری مانند فیدبک[۳] همراه دارند که آثار ناشی از تغییر درجه حرارت را ازبین میبرد .

---

۱ — Range of Operation ۲ — Semiconductor

۳ — Feedback

« اثر پارازیتی[۱] » وقتیکه جریانی از یک سلف فیزیکی میگذرد ، شاید مهمترین پدیده قابل‌ملاحظه علاوه برمیدان مغناطیسی، اتلاف آن باشد. سیم‌پیچی یک سلف فیزیکی دارای مقاومتی است که دربعضی مدارها ممکن است آثار عمده‌ای داشته باشد . بنابراین درمدل سازی یک سلف فیزیکی، اغلب ازاتصال سری یک سلف و یک مقاومت استفاده میکنیم . بطریق مشابه درفرکانسهای بالا برای یک دیود پیوندی بایستی مدلی بصورت اتصال موازی یک مقاومت غیرخطی و یک خازن درنظرگرفته شود . وجود خازن اساساً بعلت بار ذخیره شده درپیوند میباشد. قبلاً گفته شده است که یک باتری عملی، یک‌منبع ولتاژ (ایده‌آل) نیست ، معهذا میتوان برای تقریب نمودن رفتار خارجی باتری ، مدلی که اثر مقاومت پارازیتی را نیز شامل باشد بکاربرد .

مهندسین باید درانتخاب عناصر فیزیکی تجربه و عقل سلیم خود را بکار ببرند مثلاً سیم‌پیچی‌های با کیفیت بسیار عالی واتلاف قابل صرفنظر وجود دارند،ولی ممکن‌است دریک طرح عملی ازلحاظ اقتصادی مقرون بصرفه نباشند و بجای آن اجباراً از مدار پیچیده‌تری با عناصر ارزان که همان منظور را برآورده نماید استفاده شود .

بطورخلاصه، تشخیص تفاوت میان یک جزء مدار که یک مدل ایده‌آل بوده ویک عنصر فیزیکی که شیئی از دنیای واقعی است اهمیت بسیار دارد . ما بایستی فرضیه‌هائی راکه تحت‌آنها مدلهائی برای نمایش عناصر فیزیکی انتخاب میشود بخوبی بدانیم، هرچند منظور اصلی ما دراین کتاب بررسی نظریه مدارهائی است که از مدلها تشکیل می‌یابند . همچنین دانستن این موضوع نیز حائز اهمیت است که تنها ازطریق مدل‌سازی قادر هستیم روشهای تجزیه وتحلیل دقیق، قضایای‌محکم و درک عمیقی از مدارها و سیستمهای‌فیزیکی بدست آوریم .

« اندازه معمولی اجزاء مدار» دراینجا بطور خلاصه اندازه مقادیر اجزاء مدارکه درعمل با آنها مواجه میشویم بیان میکنیم . درمورد مقاومتها مقادیری که معمولاً بکار میرود از چند اهم تا چند مگا اهم تغییر میکند و دقت مقادیر مشخص شده بستگی به مورد استعمال خاص آن دارد . برای یک آزمایش فیزیکی دقیق شاید بخواهیم مقاومتها.را تا چند دهم و یا صدم اهم اندازه بگیریم درحالیکه درطرح مدار بایاس کننده یک تقویت کننده صوتی، یک دقت ۱۰ درصد درمقدار مقاومتها معمولاً کفایت میکند .

---

۱ — Parasitic

حدودمفید اندازه خازنها ازچندپیکوفاراد ($۱۰^{-۱۲}$ فاراد) درمورد ظرفیتهای پارازیتی دستگاههای الکترونیکی تا چند میکروفاراد ($۱۰^{-۶}$ فاراد) است . مقادیر عملی یک سلف از چند میکروهانری درمورد اندوکتانس پوشش[۱] یک سیم کوتاه ، تا چند هانری درمورد ترانسفورماتورهای قدرت تغییر میکند .

درموردمثالهائی که دراین کتاب گفته میشود پیوسته اعداد ساده و روند شده‌ای مانند مقاومت ۱۰ اهم، خازن یک فاراد وسلف $\frac{۱}{۲}$ هانری بکار می‌بریم . دانستن اینکه این مقادیر متناظر با مقادیر عملی اجزاء فیزیکی نیستند حائز اهمیت است. البته منظور از بکار بردن این اعداد آن است که توجه خود را بجای محاسبات عددی مفصل به‌روشها و ایده‌ها متمرکزکنیم. درفصل هفتم بحث مختصری درباره نرمالیزه کردن[۲] مقادیر عناصر که در تجزیه و تحلیل و طرح مدارها مفید هستند خواهد شد . بکمک نرمالیزه کردن اجزاء مدار میتوان یک مدار عملی را با انجام دادن تمام محاسبات روی مقادیر نرمالیزه شده نظیر ۱ فاراد و ۰٫۷ هانری ، طرح نمود . مزیت دیگری که این روش دارا میباشد کم کردن اثر خطای روند کردن درمحاسبات عددی است .

خلاصه

● اجزاء مدار، مدلهای ایدآلی هستند که درتجزیه و تحلیل وطرح مدارها بکارمیروند. عناصر فیزیکی را میتوان بطور تقریبی با اجزاء مدار تقریب نمود .

● هرعنصر دوسر با یک مشخصه یعنی با یک منحنی که درصفحه مناسبی رسم شده است تعریف میشود. هرجزء مدار را برحسب خطی بودن و تغییرناپذیر بازمان بودن میتوان به‌چهار طبقه تقسیم نمود . هرگاه مشخصه عنصری بازمان تغییر نکند آنرا « تغییرناپذیر بازمان » و اگر تغییر کند « تغییرپذیر بازمان » گویند . اگر برای هرزمان t ، مشخصه عنصری خط مستقیمی باشد که از مبداء میگذرد آنرا « خطی » و در غیراینصورت آنرا « غیرخطی » گویند .

---

۱ — Lead inductance ۲ — Normalization

● برای هرزمان t ، یک مقاومت بوسیله یک منحنی درصفحه iv (یا vi) مشخص میشود . یک منبع ولتاژ نابسته باخطی موازی محور i ها ، ویک منبع جریان نابسته باخطی موازی محور v ها ، مشخص میشود .

● برای هرزمان t ، یک خازن با یک منحنی درصفحه vq و یک سلف با یک منحنی درصفحه $i\Phi$ مشخص میشود .

● یک « یک قطبی » (یامدار دوسر) بوسیله دوسر ازیک مدار مشخص میشود بشرطیکه درهرلحظه از زمان جریانیکه از یک سر وارد میشود مساوی جریانی باشد که ازسر دیگر خارج میشود . وقتیکه کلمه « یک قطبی » را بکارمیبریم ، ما تنها به ولتاژ وجریان قطب علاقمند هستیم . « توان لحظه‌ای » که وارد یک قطبی میشود بوسیله رابطه :

$$p(t)=v(t)\,i(t)$$

و « انرژی تحویل داده شده » به یک قطبی ، از زمان t_0 تا زمان t توسط رابطه :

$$W(t_0, t)=\int_{t_0}^{t} v(t')\, i(t')\, dt'$$

داده میشود .

● میتوان اجزاء مدار را بسته به پسیو بودن آنها هم طبقه بندی نمود . عنصری را « پسیو » گویند که هرگز انرژی خالصی بدنیای خارج تحویل ندهد . عنصری را که پسیو نباشد « اکتیو » گویند .

● مقاومتها ، خازنها و سلفهای خطی تغییرناپذیر بازمان پسیو هستند ، اگر و تنها اگر، روابط زیر بترتیب برای آنها برقرار باشد . $R\geqslant 0$ و $C\geqslant 0$ و $L\geqslant 0$

● انرژی مغناطیسی ذخیره شده دریک سلف خطی تغییرناپذیر بازمان عبارتست از:

$$\mathcal{E}_M=\frac{1}{2}Li^2=\frac{1}{2}\frac{\Phi^2}{L}$$

● انرژی الکتریکی ذخیره شده دریک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان عبارتست از:

$$\mathcal{E}_E=\frac{1}{2}Cv^2=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

مسائل

۱- خواص مقاومت غیرخطی فرض کنید مقاومت غیرخطی R دارای مشخصه‌ای باشد که بوسیله معادله زیر مشخص شود .

$$v=20i+i^2+\frac{1}{2}i^3$$

الف - برای جریان $i(t)=\cos\omega_1 t+2\cos\omega_2 t$ ، v را بصورت مجموع سینوسوئیدها بیان کنید .

ب - اگر $\omega_2=2\omega_1$ باشد چه فرکانسهائی در v وجود دارند ؟

۲- مشخص کردن مقاومتها معادلات زیر مشخصه‌های بعضی مقاومتها را بیان میدارند. تعیین کنید که آیا آنها خطی ، غیرخطی ، تغییرپذیر با زمان ، تغییرناپذیر با زمان، دوطرفه ، کنترل شده با ولتاژ ، کنترل شده با جریان ، پسیو یا اکتیو هستند .

الف - $v+10i=0$

ب - $v=(\cos 2t)i+3$

پ - $i=e^{-v}$

ت - $v=i^2$

ث - $i=\tanh v$

ج - $i+3v=10$

چ - $i=2+\cos\omega t$

ح - $i=\ln(v+2)$

خ - $i=v+(\cos 2t)\dfrac{v}{|v|}$

۳- شکل موجها شکل موجهای تعیین شده زیر را رسم کنید .

الف - $3\delta(t-2)$

ب - $\delta(t)-\delta(t-1)+\delta(t-2)$

پ - $u(2t)$

ت - $u(t)\cos(2t+60°)$

ث - $u(-t)$

ج - $u(3-2t)$

چ - $u(t)e^{-t}$

ح - $2p_2(t)$

خ - $p_{\frac{1}{2}}(t-2)$

د - $e^{2t}\cos t$

ذ - $u(t)-2u(t-1)$

ر - $r(t)\sin t$

ز - $u(t)e^{-2t}\sin(t-90°)$

۴- شکل موجها نمایش تابعی شکل موجهای داده شده درشکل (مسأله ۴-۲) را بنویسید (شکلهای صفحه ۸۸ و ۸۹ را ببینید).

۵- خازن وسلف خطی تغییر ناپذیر بازمان بفرض اینکه شکل موجهای داده شده درشکل (مسأله ۴-۲) جریان‌های شاخه‌ها باشد ولتاژ شاخه‌ها را درحالتهای زیر روی کاغذ میلیمتری رسم کنید:

الف - عنصر، یک سلف خطی تغییرناپذیر با زمان با اندوکتانس یک هانری است.

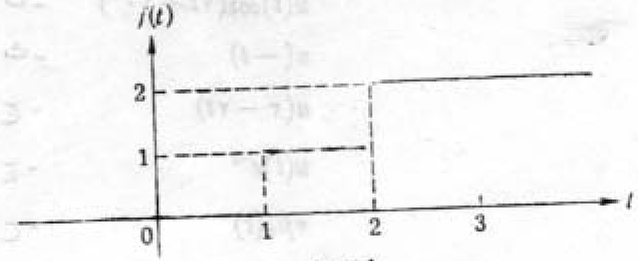
ب - عنصر، یک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان باظرفیت یک فاراد است $(v(o)=o)$

۶- خازن وسلف خطی تغییر ناپذیر بازمان بفرض اینکه شکل موجهای داده شده درشکل (مسأله ۴-۲) ولتاژهای شاخه‌ها باشد جریان‌های شاخه‌ها را درحالتهای زیر روی کاغذ میلیمتری رسم کنید:

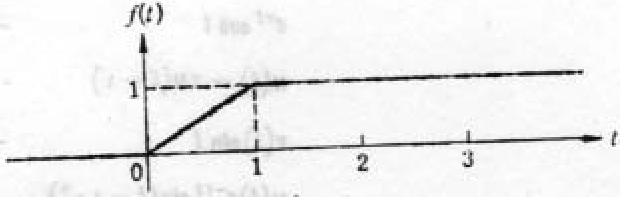
الف - عنصر، یک سلف خطی تغییرناپذیر بازمان با اندوکتانس ۲ هانری است $(i(o)=o)$

ب - عنصر، یک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان باظرفیت ۲ فاراد است.

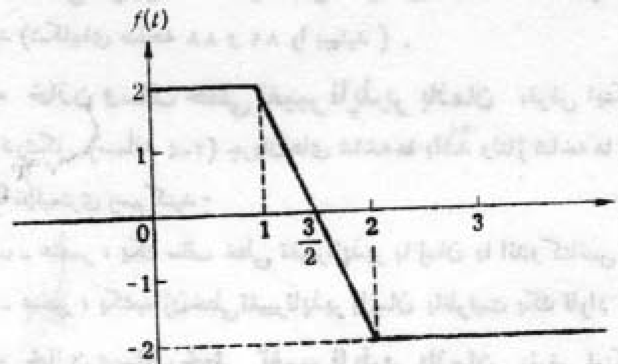
۷- مقاومتهای خطی ومنابع برای هریک ازسه مدار نشان داده شده درشکل (مسأله ۷-۲) ولتاژ دوسر مقاومت خطی را تعیین کنید.



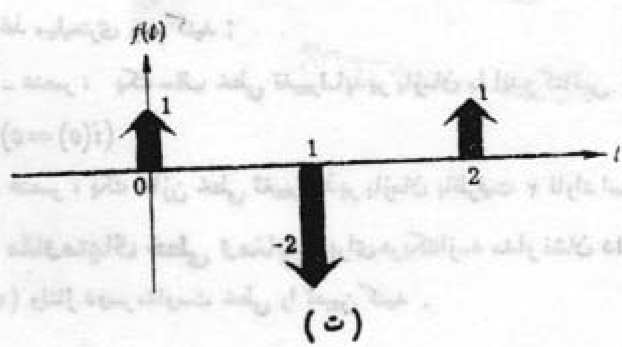
(الف)



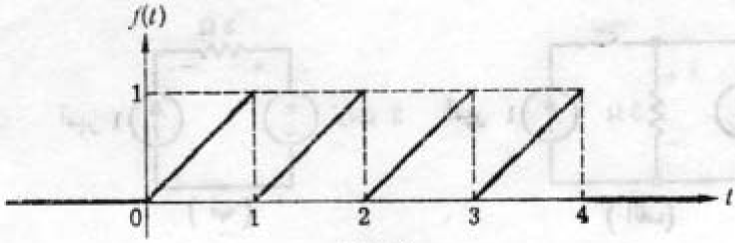
(ب)



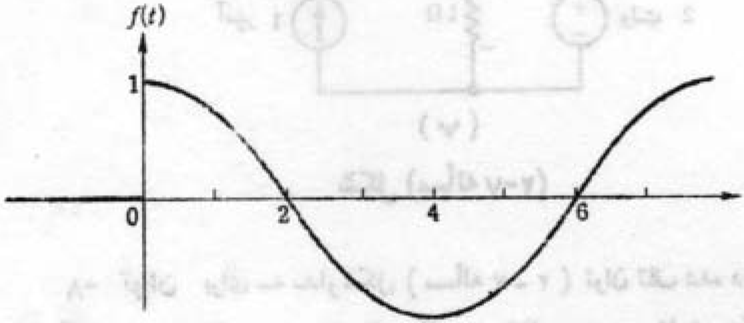
(پ)



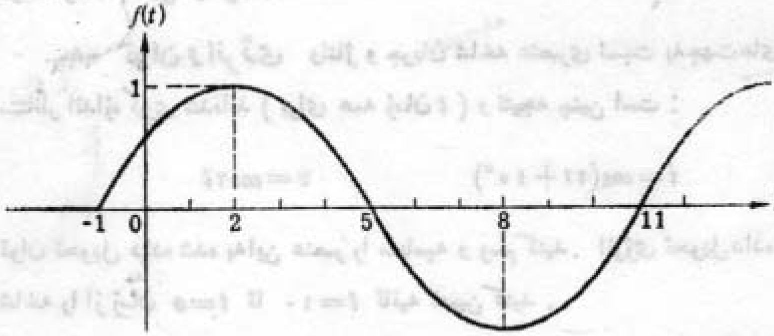
(ت)



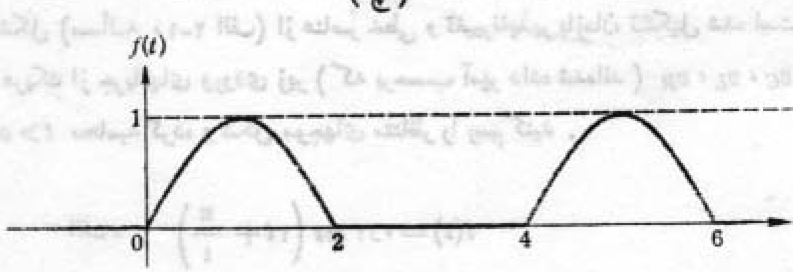
(ث)



(ج)

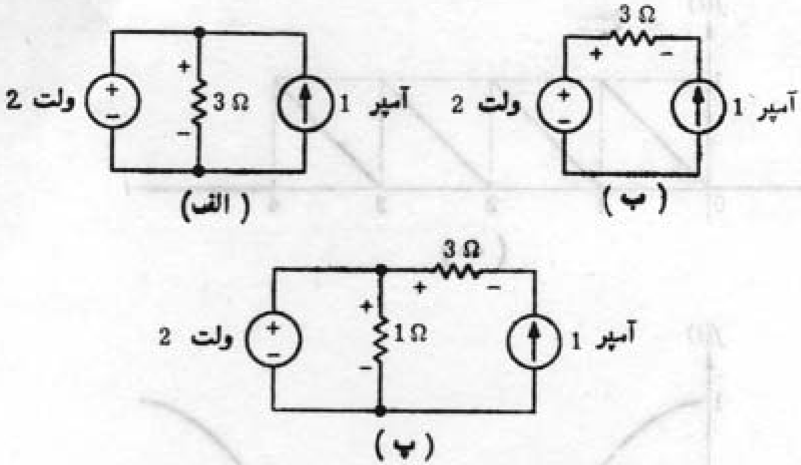


(چ)



(ح)

شکل (مساله ۴-۲)



شکل (مسأله ۷-۲)

۸- توان برای سه مدار شکل (مسأله ۷ - ۲) توان تلف شده درهرمقاومت را حساب کنید . با محاسبه سهم‌های ناشی از منبع ولتاژ و منبع جریان تعیین کنید که این توان ازکجا تأمین میشود .

۹- توان و انرژی ولتاژ و جریان شاخه عنصری نسبت به‌جهت‌های قراردادی متناظر اندازه‌گیری شده‌اند (برای همه زمان t) و نتیجه چنین است :

$$i = \cos(2t + 45^\circ) \qquad v = \cos 2t$$

توان تحویل داده شده به‌این عنصر را محاسبه و رسم کنید. انرژی تحویل‌داده شده به‌این شاخه را از زمان $t=0$ تا $t=10$ ثانیه تعیین کنید .

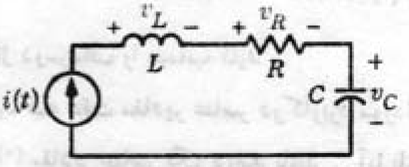
۱۰- عناصر RLC خطی و تغییرناپذیر بازمان مدار نشان داده شده در شکل (مسأله ۱۰-۲ الف) از عناصر خطی و تغییرناپذیر بازمان تشکیل شده است . برای هریک از جریانهای ورودی زیر (که برحسب آمپر داده شده‌اند) v_R ، v_L ، v_C را برای $t>0$ محاسبه کرده و شکل موجهای متناظر را رسم کنید .

الف - $i(t) = 0.2 \cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)$

ب ـ $i(t)=e^{-\frac{1}{2}t}$

پ ـ $i(0)$ درشکل (مسأله ۱۰ ـ ۲ ب) داده شده است .

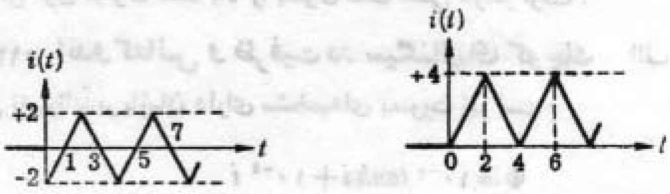
ت ـ $i(0)$ درشکل (مسأله ۱۰ ـ ۲ پ) داده شده است .



$L = 5$ H, $R = 10\ \Omega$, $C = 0.1$ F

توجه کنید: $v_C(0) = 0$

(الف)



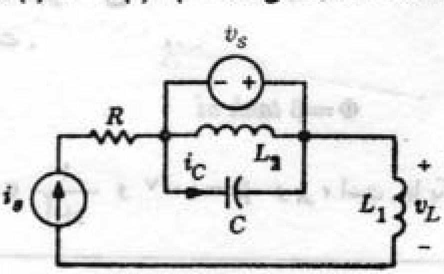
(ب) (پ)

شکل (مسأله ۱۰-۲)

۱۱- مدار RLC خطی تغییر ناپذیر بازمان بامنابع درمدار خطی تغییر ناپذیر با زمان نشان داده شده درشکل (مسأله ۱۱ ـ ۲) ولتاژ $v_s(t)$ و جریان $i_s(t)$ بصورت زیر داده شده‌اند :

$$i_s(t)=Be^{-\alpha t} \quad و \quad v_s(t)=A\cos\omega t$$

(که درآن A و B و α و ω مقادیر ثابتی میباشند) $v_L(t)$ و $i_C(t)$ را محاسبه کنید .



شکل (مسأله ۱۱-۲)

۱۲- تقریب خطی سلف غیرخطی فرض کنید که سلفی دارای مشخصهٔ $\Phi = 10^{-2}(1-i^{2})i$ باشد .

الف - اگر جریان داخل سلف (برحسب آمپر) بصورت :

$$i(t) = 2 \times 10^{-2} \cos 2\pi 60\, t$$

باشد ولتاژ دوسرسلف را حساب کنید .

ب ـ فرض کنید که دقت مقادیر عناصر درکاربرد موردنظر ، یک درصد باشد یعنی تولرانس[1] مقادیر عناصر یک درصد باشد . آیا باجریان بکار رفته :

$$i(t) = 2 \times 10^{-2} \cos 2\pi 60\, t$$

و تولرانس فوق میتوان سلف بالا را بعنوان سلف خطی درنظرگرفت ؟

۱۳- اندوکتانس و ظرفیت در سیگنالهای کوچک الف ـ یک سلف غیرخطی تغییرناپذیر بازمان دارای مشخصه‌ای بصورت زیر است :

$$\Phi = 10^{-2} \tanh i + 10^{-4}\, i$$

مقدار اندوکتانس سیگنال کوچک (خطی) را نسبت به‌جریان بایاس رسم کنید .

ب ـ یک خازن غیرخطی تغییرناپذیر با زمان دارای مشخصه‌ای بصورت زیر است :

$$q = 1 - e^{-|v|}$$

این معادله فقط برای آن مقادیر v که از چند دهم ولت بزرگترباشد معتبر است . مقدار ظرفیت سیگنال کوچک (خطی) را نسبت به ولتاژ بایاس رسم کنید .

۱۴- سلف غیرخطی مشخصهٔ $i\Phi$ یک سلف‌داده شده باتقریب خوبی برمنحنی تابع زیر منطبق است .

$$\Phi = \beta \tanh \alpha i$$

که درآن $\alpha = 10^{2}\ \frac{1}{\text{آمپر}}$ و $\beta = 10^{-7}$ وبر ، است. با بکار بردن تقریب مناسبی ،

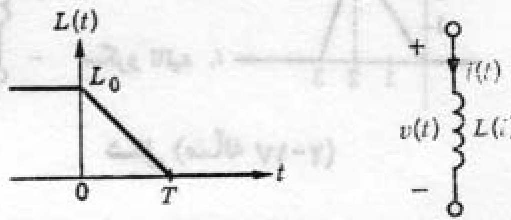
1 — Tolerance

ولتاژ ناشی از برقراری جریانهای همزمان سینوسی و ثابت (به‌ترتیب i_{ac} و i_{dc}) که بصورت جفت‌های زیر داده شده‌اند را تعیین کنید :

الف - $I_{dc}=16\times10^{-3}$ آمپر ، $I_{ac}(t)=10^{-4}\sin 10^{7}t$ آمپر

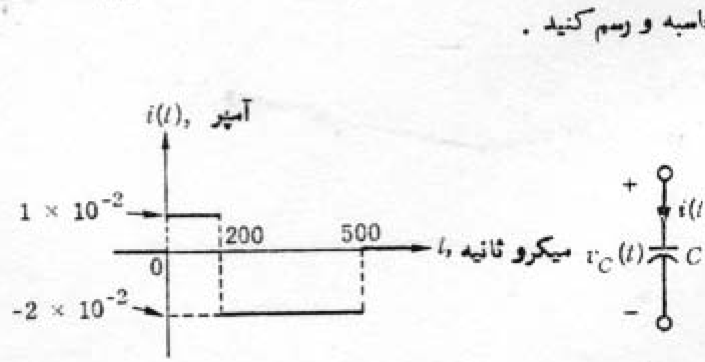
ب - $I_{dc}=-4\times10^{-3}$ آمپر ، $I_{ac}(t)=10^{-4}\sin 10^{7}t$ آمپر

۱۵- سلف خطی تغییرپذیر بازمان از یک سلف‌خطی‌تغییرپذیر بازمان که وابستگی با زمان آن توسط منحنی نشان داده شده درشکل (مسأله ۱۵ - ۲) مشخص میشود جریان ثابت $i(t)=I_0$ آمپر میگذرد (I_0 مقدار ثابتی بوده و $-\infty<t<\infty$) . $v(t)$ را محاسبه کنید .



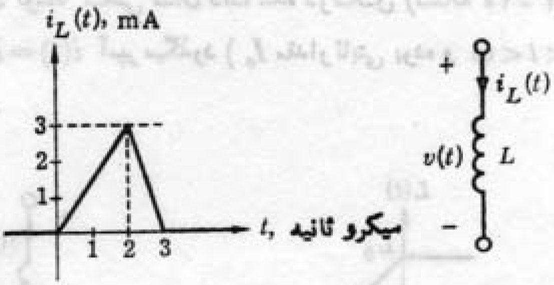
شکل (مسأله ۱۵-۲)

۱۶- انرژی ذخیره شده درخازن‌خطی جریان $i(t)$ که توسط منحنی‌نشان داده شده درشکل (مسأله ۱۶ - ۲) مشخص میشود از یک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان باظرفیت $C=2\mu F$ میگذرد . اگر داشته باشیم $v_C(0)=0$ ، ولتاژ $v_C(t)$ ، توان لحظه‌ای $p(t)$ ، تحویل‌داده شده بوسیله منبع وانرژی ذخیره شده $\mathcal{E}_E(t)$ ، درخازن‌رابرای $t\geqslant 0$ محاسبه و رسم کنید .



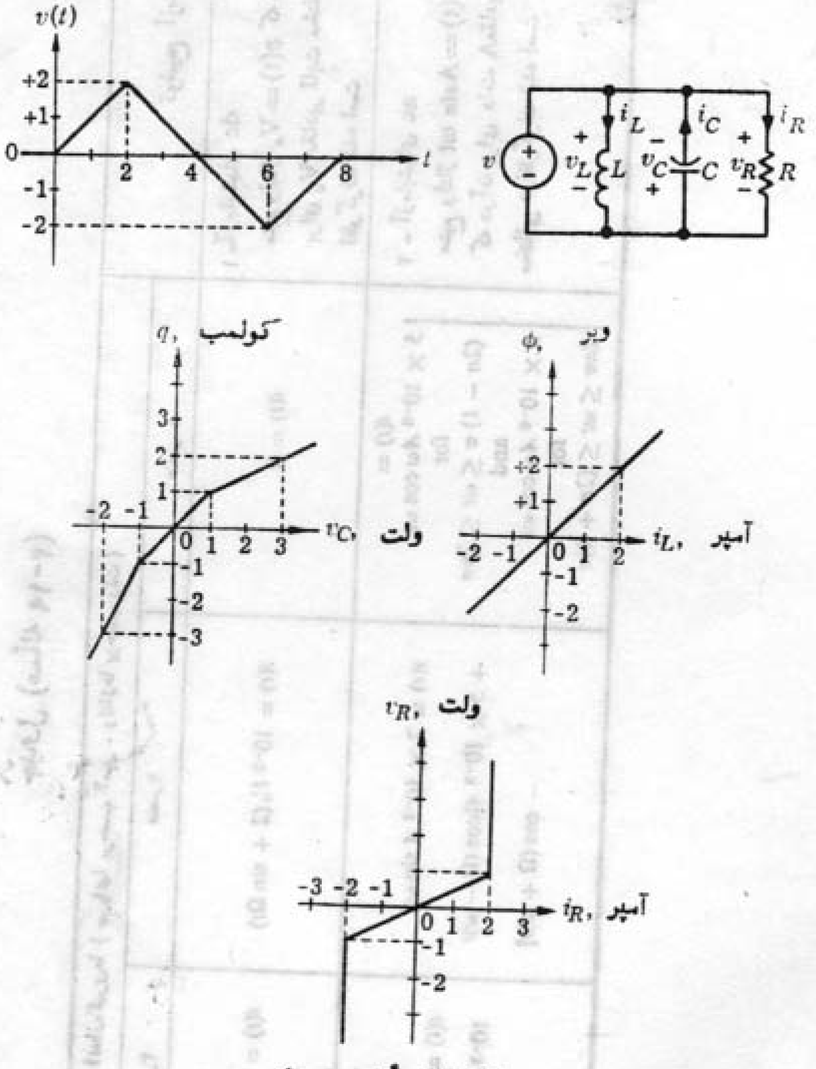
شکل (مسأله ۱۶-۲)

۱۷- توان و انرژی ذخیره شده در سلف خطی یک سلف خطی تغییرناپذیر بازمان با اندوکتانس $L=$ ۱۰ میلی‌هانری درمداری که جریان وابسته بزمان $i_L(t)$ نشان داده شده درشکل (مسأله ۱۷ - ۲) ازآن میگذرد ، کار میکند . ولتاژ $v_L(t)$ ، توان لحظه $p(t)$ تحویل داده شده بوسیله منبع وانرژی‌ذخیره شده $\mathcal{E}_M(t)$ درسلف را برای $t \geqslant 0$ محاسبه و رسم کنید .



شکل (مسأله ۱۷-۲)

۱۸- عناصر RLC غیرخطی و تغییرناپذیر بازمان ولتاژ $v(t)$ که بوسیله منحنی نشان داده شده درشکل (مسأله ۱۸ - ۲) مشخص میشود بیک مدار موازی RLC تغییرناپذیر بازمان که هریک از اجزاء آن با یک منحنی مشخصه تعیین شده‌اند وصل شده است با فرض اینکه $i_L(0)=0$ باشد. جریانهای $i_L(t)$ و $i_C(t)$ و $i_R(t)$ را محاسبه و رسم کنید .



شکل (مسأله ۱۸-۲)

۱۹- مدل سازی دسته‌ای از عناصر مداری دوسر، که ناشناخته‌اند (مقاومتها ، خازنها ، سلفها ومنابع) برای تشخیص مورد آزمایش قرار میگیرند. نمونه‌ای از ورقه آزمایش که متناظر با چهار عنصر میباشد درجدول (مسئله ۱۹ - ۲) عرضه شده است . مشخصه هریک از عناصر را تعیین کنید .

جدول (مسأله ۱۹-۲)

توضیح آزمایش	اندازه‌گیری‌ها (جریانها برحسب آمپر ، ولتاژها برحسب ولت)			
	عنصر ۱	عنصر۲	عنصر۳	عنصر۴
۱ـ آزمایشهای dc منبع ولتاژ $v(t) = V_0$ که درآن برای V_0 مقادیر ثابت مختلفی در نظرگرفته شده است	$i(t) = 0$	$i(t) = 10^{-2} V_0 (2 + \sin \Omega t)$	$i(t) = 10^{-3} V_0^3$	$i(t) = 10^{-3}$
۲ ـ آزمایشهای ac منبع ولتاژ $v(t) = A \sin \omega t$ که درآن برای دامنه A مقادیر مختلفی درنظرگرفته شده است	$i(t) = \begin{cases} 5 \times 10^{-6} A\omega \cos \omega t \\ \text{for} \\ (2n-1)\pi \leq \omega t \leq 2n\pi \\ \text{and} \\ 2 \times 10^{-6} A\omega \cos \omega t \\ \text{for} \\ 2n\pi \leq \omega t \leq (2n+1)\pi \end{cases}$	$i(t) = 2 \times 10^{-2} A \sin \omega t + 5 \times 10^{-3} A[\cos(\Omega - \omega)t - \cos(\Omega + \omega)t]$	$i(t) = 10^{-3} A^3 \sin^3 \omega t$	$i(t) = 10^{-3}$

فصل سوم

مدارهای ساده

در فصل اول دو قانون کیرشف را در مورد مدارهای فشرده معرفی نموده و روی این حقیقت تأکید کردیم که این قوانین به ماهیت عناصر مدار بستگی ندارند بلکه تنها برروی مقادیر لحظه‌ای که جریان و ولتاژ شاخه‌ها میتوانند بگیرند محدودیت‌های خطی ایجاد میکنند و چون این محدودیتها فقط به نحوه بهم پیوستن عناصر مدار بستگی دارند آنها را «محدودیتهای توپولوژیکی»(۱) گویند .

در فصل دوم خواص عناصر مدار دو سر را به تفصیل مطالعه نمودیم . در یک مدار داده شده ، هرشاخه با رابطه شاخه‌ای خود ، یعنی رابطه‌ای بین ولتاژ و جریان شاخه مشخص میشود . محدودیتهای توپولوژیکی و روابط شاخه‌ای برای تمام شاخه‌ها در یک مدار ، آنرا بطور کامل توصیف میکنند . مسأله تجزیه تحلیل مدار ، تعیین جریان و ولتاژ تمام شاخه‌های مدار میباشد *. این ولتاژها و جریانها،**متغیرهای شبکه**(۲) نامیده میشود . بسیاری از مفهومهای اساسی و روشهای اصلی که در حل مسائل تجزیه تحلیل مدار مفید هستند موضوعات اصلی این کتاب میباشند . دراین فصل بعضی نظرها و تکنیک‌های مقدماتی برای تجزیه تحلیل مدارهای ساده ارائه خواهد شد . این مدارها فقط از یک «نوع عنصر» مدار ساخته شده‌اند یعنی آنها فقط شامل مقاومت ، سلف یا خازن میباشند .

در بحث زیر راحت‌تر است که مفهوم معادل بودن معرفی شود . «مدارهای یک قطبی را وقتی **معادل** گویند که مشخصه آنها برحسب ولتاژ و جریان قطب همواره یکی باشد» . در فصل پیش ما قبلاً در مورد شکلهای ساده مدارهای معادل تونن و نرتن به منظور تبدیل منابع ولتاژ به منابع جریان و برعکس بحث کرده‌ایم . این مدارهای معادل حالتهای خاصی از یک قطبی‌های معادل

---

* ـ البته در موارد بسیاری تنها میخواهیم ولتاژ وجریان بعضی شاخه‌ها و یا بعضی ترکیبهای خطی ولتاژها و جریانهای شاخه‌ها را بدانیم .

۱- Topological constraints ۲- Network Variables

میباشند. در این فصل یک قطبی‌های معادل کلی‌تری بدست خواهیم آورد. لفظ «معادل» غالباً برای بیان این حقیقت که مدارهای متفاوت دارای مشخصهٔ الکتریکی یکسان برحسب متغیرهای مربوطه ولتاژ و جریان میباشند بکار میرود. اغلب، واژهٔ «شاخه‌های معادل» را بکار میبریم. دراینصورت متغیرهای مربوطه ما ولتاژ شاخه و جریان شاخه میباشند.

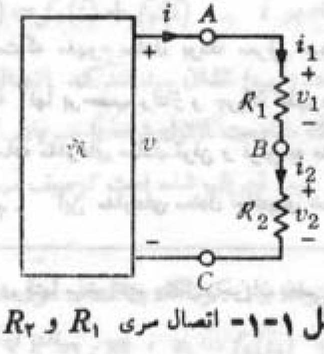
۱- اتصال سری مقاومتها

معنی اتصال سری(۱) عناصر مدار بطور حسی آشکار است. در فصل قبل دربارهٔ اتصال سری یک مقاومت و یک منبع ولتاژ بحث کرده‌ایم. دراین بخش، روش عمل کلی‌تری برای اتصال سری مقاومتها ارائه خواهیم داد.

مثال ۱ مدار شکل(۱-۱) راکه درآن‌دو مقاومت غیر خطی R_1 و R_2 درگره B بهم وصل شده‌اند درنظر بگیرید. گره‌های A و C به بقیهٔ مدارکه با $\mathcal{N}$ مشخص گردیده وصل شده است. یک قطبی متشکل از R_1 و R_2 که سرهای آن گره‌های A و C میباشند، «اتصال سری مقاومتهای R_1 و R_2 نامیده میشود». برای منظور فعلی ما ماهیت $\mathcal{N}$ اهمیت ندارد. دو مقاومت R_1 و R_2 بوسیلهٔ مشخصه‌هایشان چنانکه درصفحه iv درشکل (۱-۲) نشان داده شده است، معین میشوند. میخواهیم مشخصهٔ اتصال سری R_1 و R_2، یعنی مشخصهٔ یک مقاومت معادل اتصال سری را معین کنیم.

اولاً، KVL درمورد حلقهٔ ABCA لازم میدارد که:

$$v = v_1 + v_2 \qquad (1-1)$$



شکل ۱-۱- اتصال سری R_1 و R_2

1- Series

سپس ، KCL درمورد گره‌های A و B و C لازم میدارد که :

$$i=i_1 \qquad i_1=i_2 \qquad i_2=i$$

آشکار است که یکی از سه معادله فوق زائد است. آنها را میتوان باینصورت خلاصه کرد:

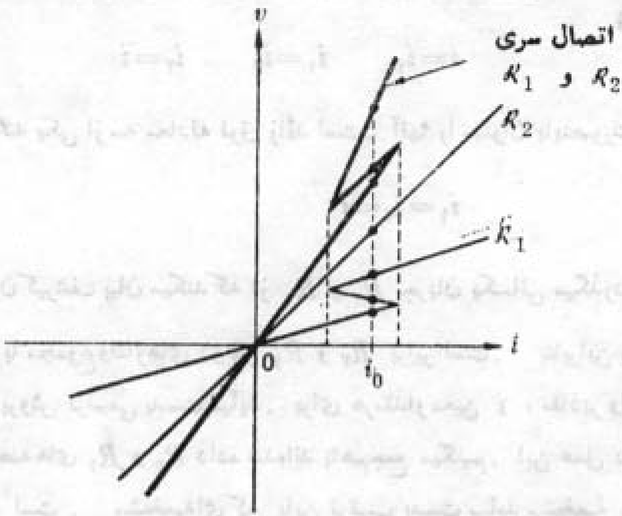
$$i_1=i_2=i \tag{۱ - ۲}$$

بنابراین قانون کیرشف بیان میکند که از R_1 و R_2 جریان یکسانی میگذرد و ولتاژ دو سر اتصال سری با مجموع ولتاژهای دو سر R_1 و R_2 برابر است. بنابراین مشخصهٔ اتصال سری بآسانی بروش ترسیمی بدست میآید. برای هرمقدار معین i ، مقادیر ولتاژهائی راکه بوسیله مشخصه‌های R_1 و R_2 داده شده‌اند باهم‌جمع میکنیم. این عمل در شکل (۲-۱) تشریح شده است . مشخصه‌ای که باین ترتیب بدست میآید مشخصهٔ مقاومت معادل اتصال سری R_1 و R_2 نامیده میشود. ملاحظه کنید که دراین مثال R_2 یک مقاومت خطی و R_1 یک مقاومت غیرخطی کنترل شده بوسیله ولتاژ است، یعنی جریان مقاومت R_1 بوسیله یک‌تابع (تک ارز) ولتاژ مشخص میشود. در شکل (۲-۱) دیده میشود که اگر جریان i_0 باشد سه مقدار ممکن برای ولتاژ در مشخصه R_1 مجاز میباشد ، پس R_1 کنترل شده بوسیلهٔ جریان نیست . تذکر این مطلب جالب است که اتصال سری دارای مشخصه‌ای میباشد که نه کنترل شده با ولتاژ و نه کنترل شده با جریان است.

درمثال فوق ، با جمع کردن ولتاژهای متناظر دو سر مقاومتها برای‌جریان یکسان ، مشخصهٔ‌اتصال سری دو مقاومت را بطور ترسیمی بدست آوردیم . از نظر تحلیلی، مشخصهٔ مقاومت معادل اتصال سری دو مقاومت R_1 و R_2 را فقط زمانی که هردوکنترل شده بوسیلهٔ جریان باشند ، میتوان معین کرد. مقاومتهای کنترل شده بوسیلهٔ جریان R_1 و R_2 دارای مشخصه‌هائی هستند که ممکن است با معادلاتی بشکل زیر توصیف شوند :

$$v_1=f_1(i_1) \qquad v_2=f_2(i_2) \tag{۱ - ۳}$$

که درآن ، جهت‌های قرار دادی درشکل (۱-۱) نشان داده شده‌اند. نظر به معادلات (۱-۱) و (۲-۱) ، اتصال سری دارای مشخصه‌ای بشکل زیراست:



شکل ۲-۱- اتصال سری دو مقاومت R_1 و R_2 مثال ۱

$$v=f_1(i_1)+f_2(i_2) \qquad (۱-۴)$$
$$=f_1(i)+f_2(i)$$

بنابراین نتیجه میگیریم که مدار دوسر مشخص شده بامعادله ولتاژ ـ جریان (۴-۱) ، مقاومت دیگری است که این چنین مشخص میشود :

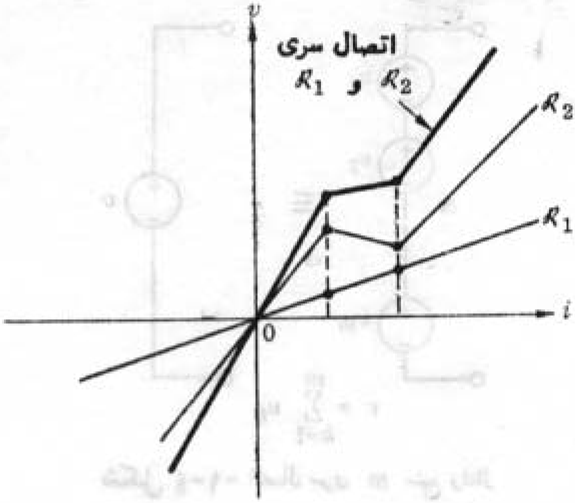
$$v=f(i) \qquad (۵-۱ \text{ الف})$$

که در آن :

$$f(i)=f_1(i)+f_2(i) \quad \text{برای تمام مقادیر } i \qquad (۵-۱ \text{ ب})$$

معادلات (۵-۱ الف) و (۵-۱ ب) نشان میدهند که اتصال سری دو مقاومت کنترل شده بوسیلهٔ جریان ، معادل یک مقاومت کنترل شده با جریان R است و مشخصه آن با تابع $f(\cdot)$ که در رابطه (۵-۱ ب) تعریف شده است توصیف میشود . این مشخصه در شکل (۲-۱) نشان داده است.

با استدلال مشابه میتوان بیان کرد که اتصال سری m مقاومت کنترل شده باجریان بامشخصه‌های توصیف‌شده با $v_k=f_k(i_k)$ ، $k=1, 2, \dots, m$ معادل یک مقاومت کنترل شده بوسیله جریان است که مشخصهٔ آن با $v=f(i)$ توصیف میشود که در آن



شکل ۳-۱- اتصال سری دو مقاومت کنترل شده با جریان

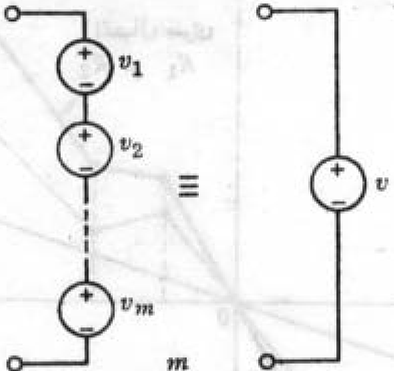
$f(i) = \sum_{k=1}^{m} f_k(i)$ برای تمام مقادیر i. اگر در حالت خاص همهٔ مقاومتها خطی باشند، یعنی $v_k = R_k i_k$ و m , ... , ۱,۲ $= k$ ، مقاومت معادل نیز خطی است و $v = Ri$ که در آن :

$$\boxed{R = \sum_{k=1}^{m} R_k} \qquad (۱-۶)$$

مثال ۲ مدار شکل (۱-٤) را درنظر بگیرید که در آن m منبع ولتاژ بطور سری بهم‌وصل شده‌اند. واضح است که‌این، یک حالت خاص از اتصال سری m مقاومت کنترل شده باجریان‌است. باتعمیم معادله (۱-۱) ملاحظه میکنیم که ترکیب سری m منبع‌ولتاژ، معادل یک منبع ولتاژ تنها میباشد که ولتاژ دوسر آن v است بطوریکه :

$$\boxed{v = \sum_{k=1}^{m} v_k} \qquad (۱-۷)$$

مثال ۳ اتصال سری m منبع جریان را مطابق شکل (۵ - ۱) درنظر بگیرید. فوراً ملاحظه میشود که‌چنین اتصالی معمولاً KCL را نقض میکند . در حقیقت کاربرد

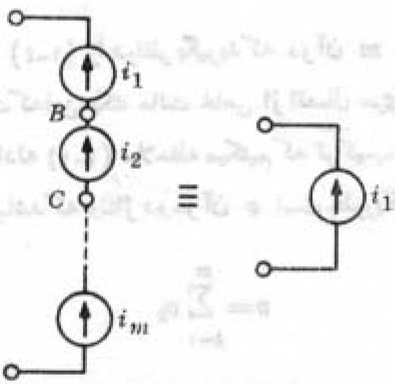


$$v = \sum_{k=1}^{m} v_k$$

شکل ۴-۱- اتصال سری m منبع ولتاژ

KCL درگره‌های B و C لازم میدارد که $i_1 = i_2 = i_3 = \cdots$. بنابراین درنظر گرفتن اتصال سری منابع جریان‌از نظر فیزیکی دارای معنانیست مگر اینکه شرط فوق‌برقرار باشد. پس اتصال سری m منبع جریان مشابه ، معادل یک چنین منبع جریانی است.

مثال ٤ اتصال سری یک مقاومت خطی R_1 و یک منبع ولتاژ v_2 را مطابق شکل (۶-۱ الف) درنظر بگیرید. مشخصهٔ آنها در یک صفحهٔ iv کشیده شده و درشکل (۶-۱ ب) نمایش داده شده است . اتصال سری دارای مشخصه‌ای مطابق



شکل ۵-۱- اتصال سری منابع جریان فقط زمانی عملی است که

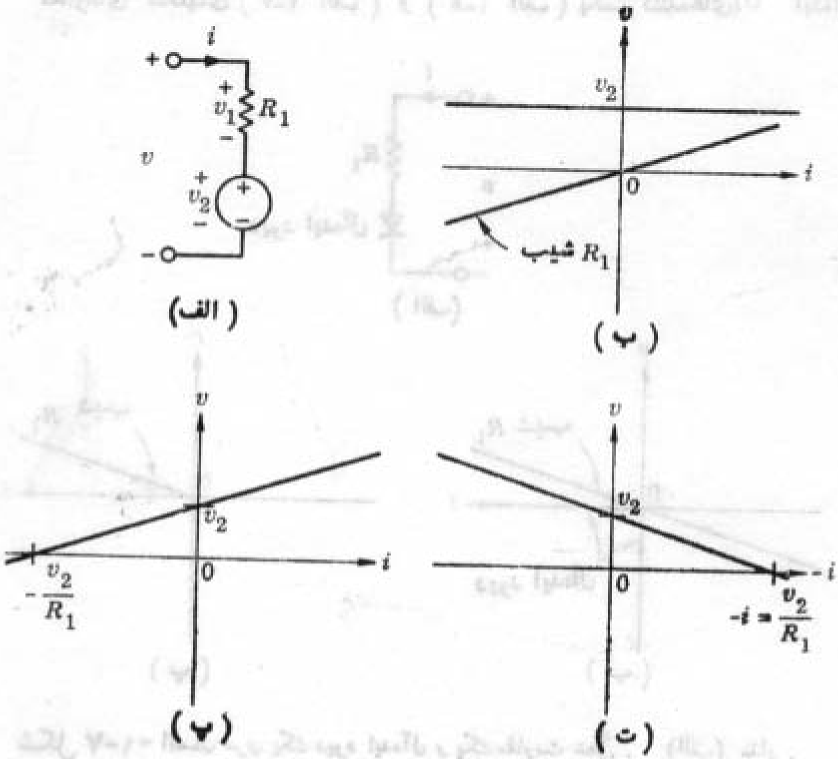
$$i_1 = i_2 = \cdots = i_m$$

شکل (۶-۱ پ) است. برحسب مشخص سازی تابعی[۱] داریم:

$$v = v_۱ + v_۲ = R_۱ i + v_۲ \qquad (۱-۸)$$

چون $R_۱$ یک ثابت معلوم و مقدار $v_۲$ نیز معلوم است، معادله (۱-۸) همهٔ مقادیر ممکن v و i را بهم مرتبط میسازد و مطابق شکل (۶-۱ پ) معادله یک خط مستقیم میباشد. در شکل (۶-۱ ت) مشخصه را درصفحهٔ $v(-i)$ رسم میکنیم و دوباره مشخصهٔ باتری اتومبیل را که دربخش ۲ فصل دوم در موردآن بحث شد تشخیص میدهیم که درآن برای باتری جهت مخالف جهت قرار دادی متناظر بکار رفته است.

مثال ۵ مدار شکل (۷-۱ الف) را که در آن یک مقاومت خطی به یک دیود



شکل ۶-۱– اتصال سری یک مقاومت خطی و یک منبع ولتاژ

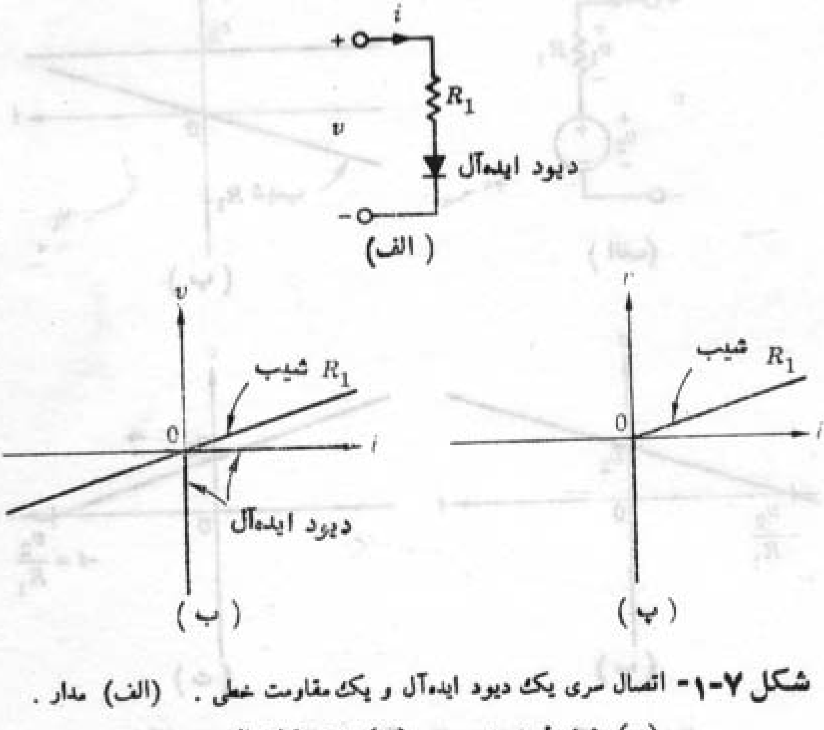
۱- Functional characterization

ایده‌آل وصل شده است درنظر بگیرید. مشخصه‌های آنها در روی یک نمودار رسم شده و درشکل (۷-۱ ب) نشان داده شده‌اند. اتصال سری دارای مشخصه‌ای مطابق شکل(۷-۱ پ) می‌باشد و بااستدلال زیر بدست آمده است.

ابتدا برای جریانهای مثبت میتوان بسادگی عرضهای دو منحنی را باهم جمع کرد. سپس برای ولتاژ منفی در دو سر دیود، دیودایده‌آل بمنزله یک مدار باز است. پس اتصال سری مجدداً یک مدار باز است. جریان i نمیتواند منفی باشد.

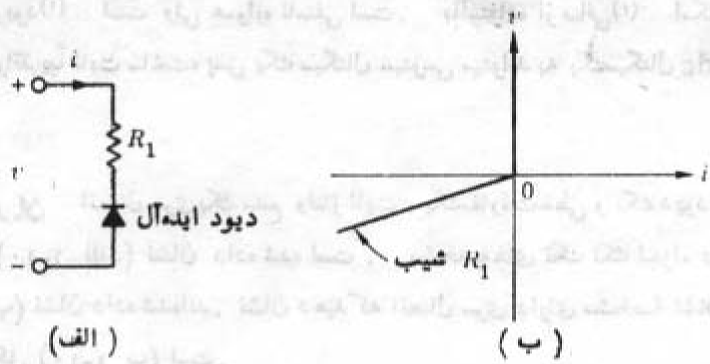
برای تشریح اینکه دیود ایده‌آل یک عنصر دو طرفه نیست فرض کنید آنرا مطابق شکل(۸-۱ الف) معکوس کنیم. باهمان استدلال، مشخصه‌ای مطابق شکل(۸-۱ ب) پیدا میکنیم.

مدارهای شکلهای (۷-۱ الف) و (۸-۱ الف) یکسوکننده‌های[1] ایده‌آل



شکل ۷-۱- اتصال سری یک دیود ایده‌آل و یک مقاومت خطی. (الف) مدار. (ب) مشخصهٔ هرعنصر. (پ) مشخصهٔ اتصال سری

۱- Rectifier

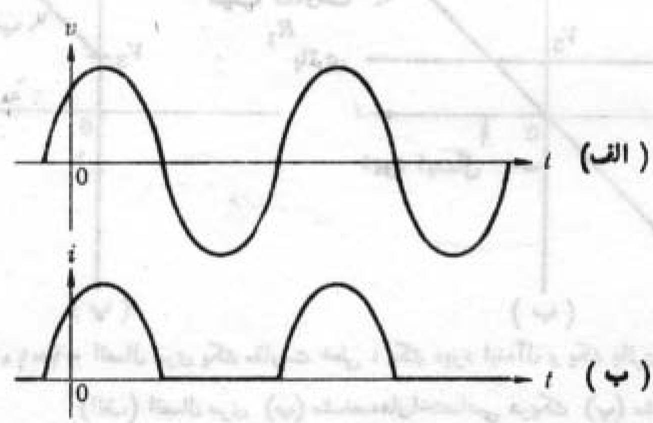


شکل ۸-۱- اتصال سری مشابه اتصال شکل(۷-۱)است بجز اینکه دیود معکوس شده است
(الف) مدار . (ب) مشخصهٔ اتصال سری

میباشند. گیریم یک منبع ولتاژ به یک قطبی شکل (۷-۱ الف) وصل شود و دارای یک شکل موج سینوسی :

$$v_s(t)=A\cos(\omega_0 t+\Phi) \qquad (۱-۹)$$

مطابق شکل (۹-۱ الف) باشد. جریان i که از اتصال سری میگذرد مطابق شکل (۹-۱ ب) یک تابع متناوب‌از زمان است. ملاحظه کنید که ولتاژ وارده $v(\cdot)$ یک تابع متناوب از زمان با مقدار متوسط صفر است. جریان $i(\cdot)$ نیز یک تابع متناوب از زمان

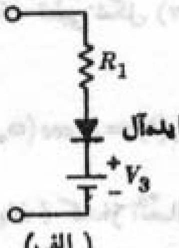


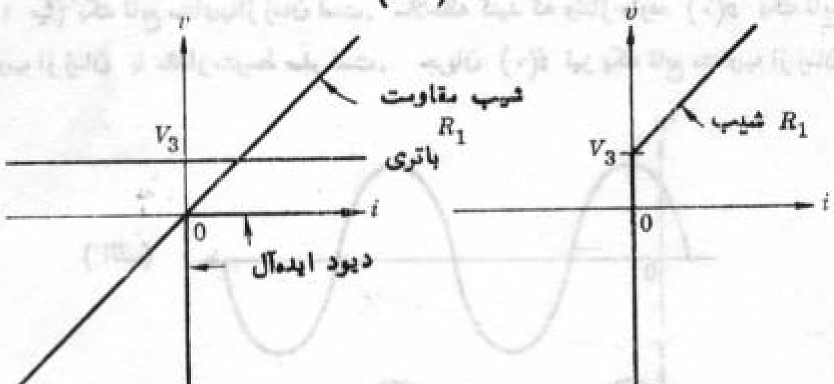
شکل ۹-۱- برای ولتاژ ورودی نشان داده شده در(الف) ، جریان حاصله برای مدار شکل (۷-۱ الف) در (ب) نشان داده شده است .

با همان پریود(۱) است ولی همواره نامنفی است. بااستفاده از صافی(۲) امکان دارد این جریان را تقریباً ثابت ساخت، پس یک سیگنال سینوسی میتواند به یک سیگنال dc تبدیل شود.

تمرین اتصال سری یک منبع ولتاژ ثابت، یک مقاومت خطی و یک دیود ایده‌آل در شکل (۱۰-۱ الف) نشان داده شده است. مشخصه‌های تک تک اجزاء در شکل (۱۰-۱ ب) نشان داده شده‌اند. نشان دهید که اتصال سری دارای مشخصهٔ نشان داده شده در شکل (۱۰-۱ پ) است.

خلاصه در مورد اتصال سری عناصر، KCL جریان یکسانی در همهٔ عناصر (شاخه‌ها) برقرار میکند و KVL لازم میدارد که ولتاژ دو سر اتصال سری برابر مجموع





شکل ۱۰-۱ اتصال سری یک مقاومت خطی، یک دیود ایده‌آل و یک باتری.
(الف) اتصال سری (ب) مشخصه‌های اختصاصی هریک (پ) مشخصه کلی.

۱- Period ۲- Filter

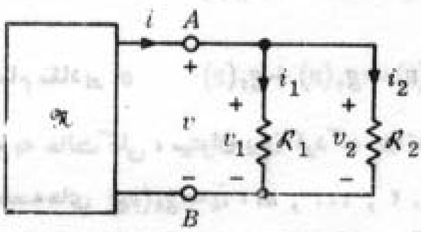
ولتاژهای دو سر همهٔ شاخه‌ها باشد. بنابراین اگر همهٔ مقاومتهای غیرخطی، کنترل‌شده باجریان باشند مقاومت معادل اتصال سری دارای یک مشخصه $v=f(i)$ است که باجمع کردن توابع $f_k(\cdot)$ که تک تک مقاومتهای کنترل شده با جریان را مشخص میکنند بدست میآید. درمورد مقاومتهای خطی مجموع مقاومتهای تک تک عناصر، مقدار مقاومت معادل را میدهد، یعنی برای m مقاومت خطی سری:

$$\boxed{R=\sum_{k=1}^{m} R_k}$$

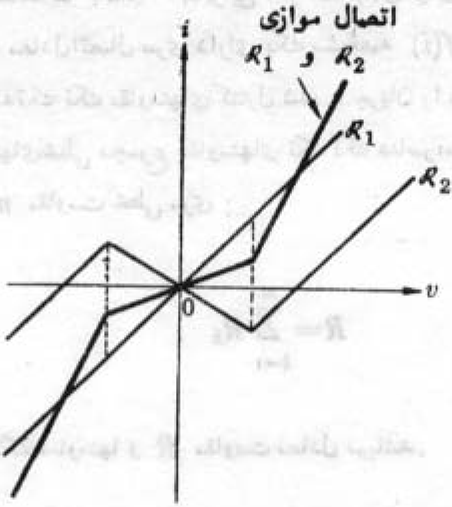
که در آن R_k تک تک مقاومتها و R مقاومت معادل میباشد.

۲- اتصال موازی مقاومتها

مدار شکل (۱-۲) را که در آن دومقاومت R_1 و R_2 بطور موازی در گره‌های A و B وصل شده‌اند درنظر بگیرید. گره‌های A و B به بقیهٔ مدار که با N نشان داده شده است نیز وصل شده‌اند. توصیف دقیق N برای منظور فعلی ما دارای اهمیت نیست. گیریم دو مقاومت با مشخصه‌هایشان که در شکل (۲-۲) نشان داده شده و در صفحه vi رسم شده‌اند معین شوند. میخواهیم مشخصهٔ اتصال موازی R_1 و R_2 را پیدا کنیم. بنابراین، قوانین کیرشف ملزم میدارند که R_1 و R_2 دارای ولتاژشاخه یکسان میباشند و جریان داخل اتصال موازی، مساوی مجموع جریانهای داخل هریک ازمقاومتها است. بدین ترتیب مشخصهٔ اتصال موازی با جمع کردن مقادیر جریان مجاز از مشخصه‌های R_1 و R_2 درازاء هر ولتاژ ثابت v بدست میآید. این عمل در شکل (۲-۲) تشریح گردیده است.



شکل ۱-۲- اتصال موازی دو مقاومت



شکل ۲-۲- مشخصه‌های R_1 و R_2 و اتصال موازی آنها

مشخصه‌ای که این چنین بدست آمده مشخصهٔ مقاومت «معادل» اتصال موازی میباشد.

از نظر تحلیلی، اگر R_1 و R_2 کنترل شده با ولتاژ باشند مشخصهٔ آنها را میتوان بشکل زیر توصیف کرد:

$$i_1 = g_1(v_1) \qquad i_2 = g_2(v_2) \tag{۲-۱}$$

و از نظر قوانین کیرشف، اتصال موازی دارای مشخصه‌ای است که باین صورت توصیف میشود.

$$i = i_1 + i_2 = g_1(v) + g_2(v) \tag{۲-۲}$$

بعبارت دیگر اتصال موازی با تابع $g(\cdot)$ که بصورت زیر است توصیف میگردد:

$$i = g(v) \tag{۲-۳ الف}$$

که در آن:

$$g(v) = g_1(v) + g_2(v) \qquad \text{برای تمام مقادیر } v \tag{۲-۳ ب}$$

باتعمیم این نتیجه به حالت کلی، میتوان بیان کرد که «اتصال موازی m مقاومت کنترل شده باولتاژ بامشخصه‌های $i_k = g_k(v_k)$ ، $k = 1, 2, \ldots, m$ ، معادل یک مقاومت کنترل شده با ولتاژ تنها با مشخصهٔ $i = g(v)$ است که در آن برای تمام مقادیر v ،

$g(v)=\sum_{k=1}^{m} g_k(v)$ «. اگر درحالت‌خاص همهٔ‌مقاومتها خطی باشند ، یعنی $i_k=G_k v_k$ ، $k=1, 2, \ldots, m$ ،مقاومت معادل نیز خطی است و $i=Gv$ که در آن :

$$G=\sum_{k=1}^{m} G_k \tag{۲ — ٤}$$

G رسانائی مقاومت معادل است. برحسب مقادیر مقاومت‌ها داریم :

$$R=\frac{1}{G}=\frac{1}{\sum_{k=1}^{m} G_k}$$

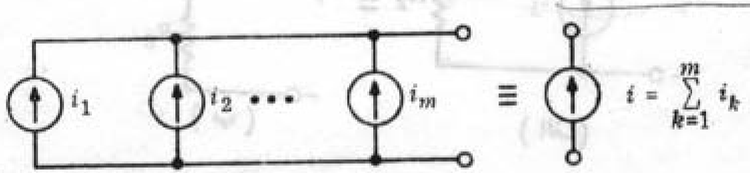
یا :

$$\frac{1}{R}=\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{R_k} \tag{۲ — ٥}$$

مثال ۱ اتصال موازی m منبع جریان مطابق شکل (۳-۲) معادل یک منبع جریان تنها است که جریان آن برابر است با :

$$i=\sum_{k=1}^{m} i_k \tag{۲ — ٦}$$

مثال ۲ اتصال موازی منابع ولتاژ ، KVL را نقض میکند بجزدریک موردجزئی که همهٔ منابع ولتاژ برابر باشند .



شکل ۳-۲- اتصال موازی منابع جریان $i=\sum_{k=1}^{m} i_k$

مثال ۳ اتصال موازی یک منبع‌جریان i_1 و یک مقاومت خطی با مقاومت R_2 طبق شکل (۴-۲ الف) را میتوان با یک مقاومت معادل که به صورت زیر مشخص میشود نشان داد :

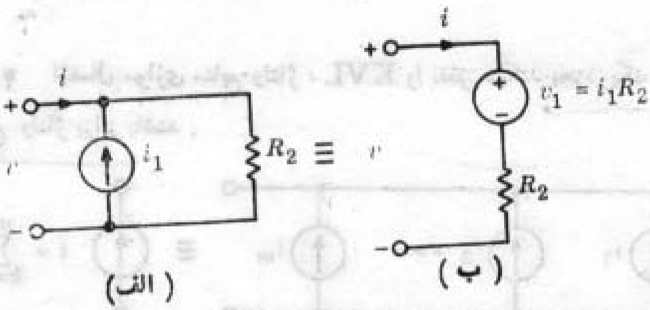
$$i = -i_1 + \frac{1}{R_2} v \qquad (۲-۷)$$

معادله (۲-۷) را میتوان چنین نوشت :

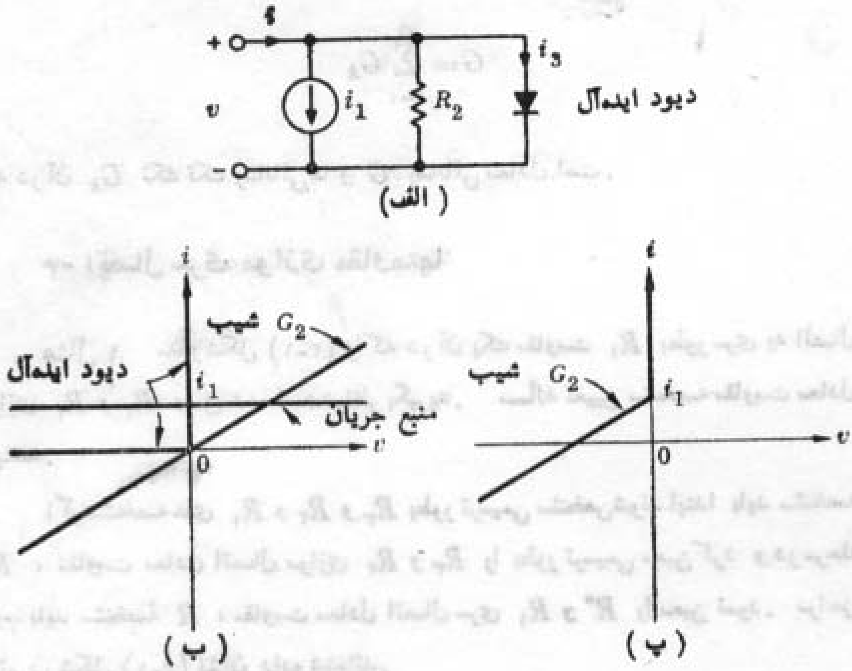
$$v = i_1 R_2 + i R_2 \qquad (۲-۸)$$

با تعبیر ولتاژ v بصورت مجموع دو جمله،میتوان مدار معادل دیگری متشکل از یک منبع ولتاژ $v_1 = i_1 R_2$ و یک مقاومت خطی با مقاومت R_2 مطابق شکل (۴-۲ ب) ، بدست آورد. این معادل‌بودن که در بخش ۲ فصل دوم نیز درمورد آن بحث شد، حالت خاصی از قضیه مدار معادل تونن ونرتن است و در تجزیه و تحلیل مدار بسیار مفید می‌باشد.

مثال ٤ اتصال موازی یک منبع جریان ، یک مقاومت خطی و یک دیود ایده‌آل در شکل (۵-۲ الف) و مشخصه‌های آنها در شکل (۵-۲ ب) نشان داده شده است . مقاومت معادل دارای مشخصهٔ نشان داده شده در شکل (۵-۲ پ) است. مجدداً باید خاطرنشان ساخت که در مورد یک دیود ایده‌آل جریان تابعی از ولتاژ نیست. هرچند میتوان بااستفاده از استدلال فیزیکی مشخصهٔ حاصل را بدست آورد ، یعنی برای مقادیر منفی v مشخصه مقاومت معادل از جمع کردن سه منحنی بدست میآید.



شکل ٤-۲- یک قطبی‌های معادل که یک حالت سادهٔ قضایای مدار معادل تونن و نرتن را تشریح میکنند



شکل ۵-۲- اتصال موازی یک منبع جریان ، یک مقاومت خطی و یک دیود ایده‌آل
(الف) مدار (ب) مشخصه هرعنصر (پ) مشخصه اتصال موازی

برای مقادیر مثبت i_3 ،دیود ایده‌آل یک مدار با اتصال کوتاه وبنابراین ولتاژ دوسر آن همواره صفر است. در نتیجه اتصال موازی دارای مشخصهٔ نشان داده در شکل (۵-۲ پ) است.

خلاصه برای اتصال موازی عناصر ، KVL لازم میدارد که ولتاژهای دوسر عناصر یکی باشند و KCL لازم میدارد که جریان درون اتصال موازی مساوی مجموع جریان همه شاخه‌ها باشد. در مورد مقاومتهای غیر خطی کنترل شده با ولتاژ ، مقاومت معادل اتصال موازی دارای مشخصه $i=g(v)$ میباشد که با جمع کردن تک‌تک توابع $g_k(\cdot)$ که هریک از مقاومتهای کنترل شده با ولتاژ را جداگانه مشخص می کنند بدست میآید. در مورد مقاومتهای‌خطی،مجموع تک تک رسانائی‌ها ، رسانائی مقاومت معادل‌را میدهد. بنابراین برای m مقاومت خطی موازی داریم :

$$G = \sum_{k=1}^{m} G_k$$

که در آن G_k تک تک رسانائی‌ها و G رسانائی معادل است.

۳- اتصال سری موازی مقاومتها

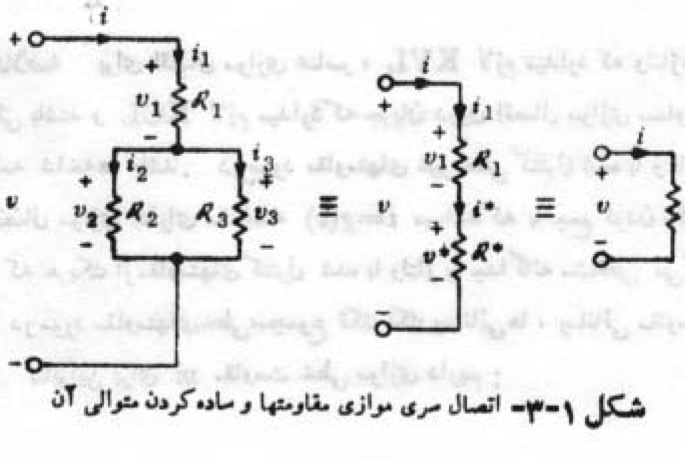
مثال ۱ مدار شکل (۱-۳) را که در آن یک مقاومت R_1 بطور سری به اتصال موازی R_2 و R_3 وصل شده است درنظر بگیرید. مسأله تعیین مشخصه مقاومت معادل میباشد.

اگر مشخصه های R_1 و R_2 و R_3 بطور ترسیمی مشخص شوند ابتدا باید مشخصه R^*، مقاومت معادل اتصال موازی R_2 و R_3 را بطور ترسیمی معین کرد و در مرحله دوم باید مشخصهٔ R، مقاومت معادل اتصال سری R_1 و R^* را معین نمود. مراحل لازم در شکل (۱-۳) نشان داده شده‌اند.

گیریم مشخصه های R_2 و R_3 کنترل شده باولتاژ باشند و بصورت زیر مشخص شوند.

$$i_2 = g_2(v_2) \quad \text{و} \quad i_3 = g_3(v_3) \qquad (۳-۱)$$

که‌درآن $g_2(\cdot)$ و $g_3(\cdot)$ توابع تک ارز میباشند. اتصال موازی‌دارای مقاومت‌معادل R^* است که باینصورت مشخص میشود:



شکل ۱-۳- اتصال سری موازی مقاومتها و ساده کردن متوالی آن

$$i^* = g(v^*) \qquad (۲-۲)$$

که در آن طبق شکل (۲-۱) i^* و v^* جریان شاخه و ولتاژ شاخهٔ مقاومت R^* هستند. اتصال موازی لازم میدارد که ولتاژهای $v_۲$ و $v_۳$ مساوی v^* باشند. جریان حاصله i^* با مجموع $i_۲$ و $i_۳$ برابر است. بنابراین مشخصه R^* با مشخصه‌های $R_۲$ و $R_۳$ بصورت زیر مربوط میشود:

$$g(v^*) = g_۲(v^*) + g_۳(v^*) \qquad \text{برای تمام مقادیر } v^* \qquad (۲-۳)$$

گیریم که $g_۲(\cdot)$ و $g_۳(\cdot)$ طبق شکل (۲-۳ الف) مشخص شود. $g(\cdot)$ با جمع دو تابع بدست میآید.

قدم بعدی بدست‌آوردن مشخصه اتصال سری $R_۱$ و R^* است. گیریم که مشخصه $R_۱$ کنترل شده با جریان باشد و بصورت زیر مشخص گردد.

$$v_۱ = f_۱(i_۱) \qquad (۲-۴)$$

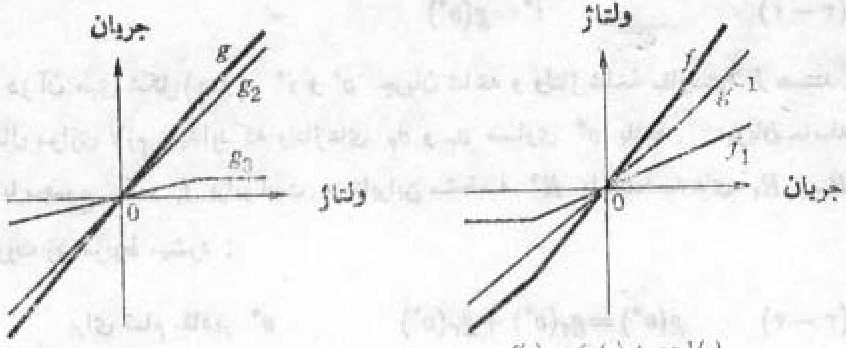
که در آن $f_۱(\cdot)$ مطابق شکل (۲-۳ ب) یک تابع تک ارز است. اتصال سری $R_۱$ و R^* دارای مقاومت معادل R، طبق شکل (۲-۱) است. مشخصه R راکه بصورت زیر مشخص میشود:

$$v = f(i) \qquad (۲-۵)$$

باید تعیین کرد. واضح است که اتصال سری لازم میدارد که جریانهای $i_۱$ و i^* یکسان بوده و برابر i باشند و بسادگی ولتاژ v مجموع $v_۱$ و v^* است. اگرچه برای جمع کردن دو ولتاژ باید اول بتوانیم v^* را برحسب i^* پیدا کنیم، از رابطه (۲-۲) میتوان نوشت:

$$v^* = g^{-۱}(i^*) \qquad (۲-۶)$$

که در آن $g^{-۱}(\cdot)$ تابع معکوس $g(\cdot)$ است. درمورد مثال فوق، تابع معکوس $g^{-۱}(\cdot)$ درصفحه جریان ـ ولتاژ در شکل (۲-۳ ب) مستقیماً از تابع $g(\cdot)$ در صفحهٔ ولتاژ ـ جریان در شکل (۲-۳ الف) رسم شده است. این عمل بآسانی با معکوس نمودن منحنی $g(\cdot)$ و تشکیل تصویر آینه‌ای آن نسبت به خط مستقیمی که از مبداء میگذرد وبا



$g(\cdot)=g_2(\cdot)+g_3(\cdot)$ (الف)

$f(\cdot)=f_1(\cdot)+g^{-1}(\cdot)$ (ب)

شکل ۲-۳-۳ مثال ۱ : اتصال سری موازی مقاومتها

محورها زاویه ۴۵° میسازد ، انجام میگیرد. بنابراین اتصال سری R_1 و R^* با تابع $f(\cdot)$ از رابطه (۳-۵) مشخص میشود که در آن :

$$f(i)=f_1(i)+g^{-1}(i) \qquad \text{برای تمام مقادیر } i$$

این مشخصه نیز در شکل (۲-۳ ب) رسم شده است. بنابراین مرحله اساسی در بدست آوردن مشخصه نهائی این سؤال است که آیا $g^{-1}(\cdot)$ بعنوان یک تابع تک‌ارز وجود دارد یانه ؟ اگر تابع معکوس وجود نداشته باشد ، روش تبدیل با شکست مواجه میشود. در حقیقت هیچ نمایش معادلی بصورت توابع تک ارز وجود ندارد. یک معیار ساده که وجود چنین طرز نمایشی را تضمین میکند آنست که همهٔ مقاومتها دارای مشخصه‌های افزایشی یکنوای دقیق[1] باشند. بعنوان مثال ، مقاومتهای خطی با مقاومت مثبت ، افزایشی یکنوا میباشند. مقاومت معادل R برای مدار شکل (۱-۳) با فرض خطی بودن همهٔ مقاومتها برابر است با :

$$R=R_1+\frac{1}{1/R_2+1/R_3} \qquad (۳-۷)$$

که در آن R_1 و R_2 و R_3 بترتیب عبارتند از مقاومتهای R_1 و R_2 و R_3.

تمرین مداری که در شکل (۳-۳) نشان داده شده شبکهٔ نردبانی نامحدود[2]

1- Strictly Monotonic
2- Infinite Ladder Network

نامیده میشود . همه مقاومتها خطی هستند و مقاومتهای سری دارای مقاومت R_s و مقاومتهای موازی دارای مقاومت R_p میباشند. مقاومت ورودی R یعنی مقاومت یک قطبی معادل را تعیین کنید.

راهنمائی : چون نردبان از رشتهٔ نامحدودی از طبقات مشابه تشکیل مییابد (یک R_s سری و یک R_p موازی) میتوان طبقه اول را منتهی بیک زنجیر نامحدود با همان تعداد زیاد از طبقات کاملاً مشابه درنظر گرفت. بنابراین اگر طبقه اول به یک مقاومت با مقاومت R منتهی شود مقاومت ورودی R تغییر نخواهد کرد.

تا حال مسأله تعیین مشخصه‌های مقاومت معادل اتصالهای سری ، موازی و سری-موازی مقاومتها را بررسی کردیم. در تجزیه و تحلیل مدار اغلب پیدا کردن ولتاژها و جریانها در قسمتهای مختلف مدار وقتی منابع بکار میروند ، توجه ما را جلب میکند. مثالهای زیر نحوهٔ حل این مسائل را تشریح میکند.

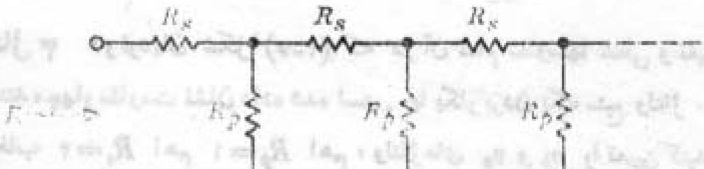
مثال ۲ مدارسادهٔ نشان داده شده درشکل (۳-۴) را درنظر بگیرید که در آن R_1 و R_2 مقاومتهای کنترل شده باولتاژ میباشند و به‌اینصورت مشخص میشوند :

$$i_1 = 6 + v_1 + v_1^2 \quad \text{و} \quad i_2 = 3v_2 \tag{۳-۸}$$

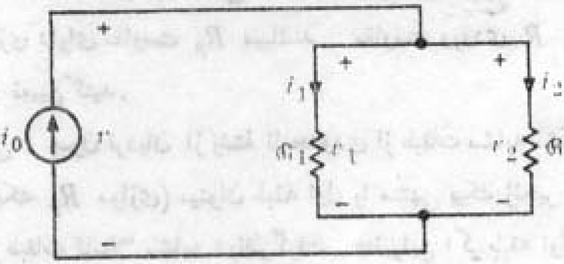
i_s یک منبع جریان ثابت با جریان ۲ آمپر است. منظور ما یافتن جریانهای i_1 و i_2 و ولتاژ v است. چون $v = v_1 = v_2$ ،مشخصه مقاومت معادل ترکیب موازی بسادگی بدست میآید.

$$i = i_1 + i_2$$

$$= 6 + v + v^2 + 3v = 6 + 4v + v^2 \tag{۳-۹}$$



شکل ۳-۳- یک نردبان نامحدود متشکل از مقاومتهای خطی . R_s را مقاومت سری و R_p را مقاومت موازی مینامیم . R مقاومت ورودی یعنی مقاومت یک قطبی معادل میباشد .



شکل ٤-۳- مثال ۲ : اتصال موازی مقاومتها و یک منبع جریان

برای بدست آوردن ولتاژ v به ازاء جریان $i=i_0=۲$ آمپر، لازمست معادله (۹-۳) را حل کنیم. بنابراین :

$$v^۲+۴v+۶=۲$$

یا :

$$v=-۲ \quad \text{ولت} \qquad (۳-۱۰)$$

چون $v=v_۱=v_۲$ ، با جایگزینی (۱۰-۳) در (۸-۳) بدست میآوریم :

$$i_۱=۸ \quad \text{آمپر}$$

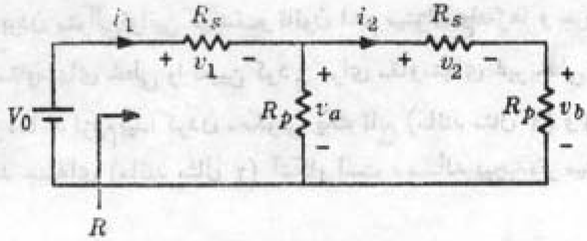
و

$$i_۲=-۶ \quad \text{آمپر}$$

تمرین توان تلف شده در هریک از مقاومتها را تعیین کنید و نشان دهید که مجموع تلفات توان آنها با توان تحویل داده شده بوسیله منبع جریان برابر است.

مثال ۳ در نردبان شکل (۵-۳) که در آن تمام مقاومتها خطی و تغییر ناپذیر بازمان هستند، چهار مقاومت نشان داده شده است. با بکار بردن یک منبع ولتاژ $V_0=۱۰$ ولت وانتخاب $R_s=۲$ اهم $R_p=۱$ اهم، ولتاژهای v_a و v_b را تعیین کنید.

ابتدا مقاومت ورودی R یک قطبی معادل راکه منبع ولتاژ V_0 با آن روبرو میشود پیدا میکنیم. برمبنای روش اتصال سری ـ موازی مقاومتها، بلافاصله فرمولی مشابه معادله (۷-۳) پیدا میکنیم، بنابراین :



شکل ۵-۳- مثال ۳ : یک نردبان با مقاومتهای خطی

$$R = R_s + \frac{۱}{۱/R_p + ۱/(R_s+R_p)}$$

$$= ۲ + \frac{۱}{۱+۱/۳}$$

$$= ۲\frac{۳}{۴} \text{ اهم}$$

بنابراین جریان i_1 باینصورت داده میشود :

$$i_1 = \frac{V_0}{R} = \frac{۱۰}{۲\frac{۳}{۴}} = \frac{۴۰}{۱۱} \text{ آمپر}$$

ولتاژ شاخهٔ v_1 باینصورت داده میشود :

$$v_1 = R_s i_1 = \frac{۸۰}{۱۱} \text{ ولت}$$

با استفاده از KVL برای حلقه اول بدست میآید :

$$v_a = V_0 - v_1 = \frac{۳۰}{۱۱} \text{ ولت}$$

با دانستن v_a فوراً تعیین میکنیم :

$$i_2 = \frac{v_a}{R_s+R_p} = \frac{\frac{۳۰}{۱۱}}{۳} = \frac{۱۰}{۱۱} \text{ آمپر}$$

از قانون اهم داریم :

$$v_b = R_p i_2 = \frac{۱۰}{۱۱} \text{ ولت}$$

بنابراین بابکار بردن متوالی قوانین کیرشف و قانون اهم میتوان ولتاژها و جریانهای هراتصال سری ـ موازی مقاومتهای خطی را تعیین کرد. برای مقاومتهای غیر خطی ، همانطورکه از مشکلات ممکن،مانند لزوم پیدا کردن معکوس یک تابع (مانند مثال ۱) و پیدا کردن جواب یک معادله چند جمله‌ای (مانند مثال ۲) آشکار است ، مسأله پیچیده‌تر میباشد.

تمرین ۱ برای نردبان نامحدود شکل (۳-۳) نسبت R_s/R_p را چنان تعیین کنید که ولتاژ هر گره نصف ولتاژ گره قبلی باشد.

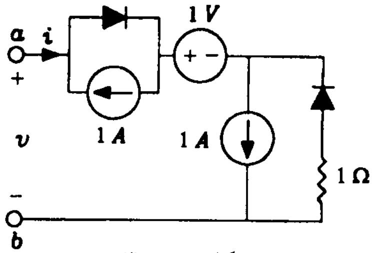
تمرین ۲ فرض کنید میخواهیم یک نردبان محدود مثلاً یک زنجیر متشکل از ۱۰ طبقه را با نسبت R_s/R_p یافته شده در تمرین ۱ طرح کنیم. این زنجیر را چگونه ختم کنیم تا آنکه خاصیت تشریح شده در تمرین ۱ برقرار باشد ؟

در مورد مدارهای مقاومتی که بشکل اتصال سری ـ موازی نیستند ، تجزیه وتحلیل بازهم پیچیده‌تر است. در فصلهای ۱۰ و ۱۱ برای تجزیه تحلیل مدارهای با مقاومت خطی ، روشهای عمومی ارائه خواهیم کرد. بااین حال معرفی مثالی از نوع غیر سری ـ موازی که میتوانیم در حال حاضر بااستدلال فیزیکی ساده حل کنیم مفید است.

مثال ٤ مدار پل[1] شکل (۳-٦) را درنظر بگیرید و توجه کنید که بشکل یک اتصال سری ـ موازی نیست. فرض کنید که چهار مقاومت یکسان هستند. واضح است که بعلت تقارن ، جریان i_b باتری باید بطور مساوی در گره A و همچنین در گره B تقسیم شود. یعنی $i_1=i_2=i_b/2$ و $i_3=i_4=i_b/2$. در نتیجه جریان i_5 باید صفر باشد.

تمرین دوازده مقاومت خطی هریک با مقاومت R برروی یالهای یک مکعب چیده شده‌اند. درهر رأس مکعب مقاومتها بهم لحیم شده‌اند . دو گره که در دو رأس متقابل قطر مکعب قراردارند ❶ و ❷ نامیده می‌شوند. مقاومت معادل بین گره‌های ❶ و ❷ چقدر است ؟ (راهنمائی : پرسپکتیو[2] مکعب را رسم کرده و بااستفاده از بحث‌های تقارن، چگونگی تقسیم جریان درهر گره را تعیین کنید).

۱- Bridge ۲- Perspective



شکل تمرین ۳.

اگر منبع ولتاژ $v_s(t) = ۲\cos\frac{\pi t}{۲}$ را در سرهای a و b وصل کنیم، جریان $i(t)$ گذرنده از مدار را تعیین و شکل موج آن را برای یک پریود رسم کنید.

در مورد مدارهای مقاومتی که به شکل اتصال سری-موازی نیستند، تجزیه و تحلیل باز هم پیچیده‌تر است. گرچه در فصلهای ۱۰ و ۱۱ برای تجزیه و تحلیل مدارهای با مقاومت خطی، روشهای عمومی ارائه خواهیم کرد؛ لیکن بیان روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی ساده با استفاده از روش تحلیل گره و روش تحلیل مش دراین مرحله، بسیار سودمند است.

* روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی

همان‌طوری که می‌دانیم منظور از تحلیل یک مدار به دست آوردن ولتاژ و جریان تمام شاخه‌ها و یا دستهٔ معینی از شاخه‌ها است. اساس کلیهٔ روشهای تحلیل مدار اعمال مناسب قوانین KCL و KVL و نوشتن درست معادلات شاخه‌ها می‌باشد. یعنی نقطهٔ شروع هر روش تحلیل مدار نوشتن تمام معادلات KCL و KVL و همچنین تمام معادلات شاخه‌ها است. اختلاف اصلی میان روشهای مختلف تحلیل مدار در تعداد و نوع متغیرهایی است که نهایتاً به عنوان متغیرهای مدار در نظر گرفته شده و بقیهٔ متغیرهای باقیمانده حذف می‌شوند. در میان روشهای کلی تحلیل مدار می‌توان از دو روش مهم **تحلیل گره** و **تحلیل مش** نام برد. چون اعمال این روشها در مدارهای مقاومتی خطی به معادلات جبری خطی منجر می‌شوند که به سادگی با روش کرامر حل می‌شوند، از این‌رو بهتر است هرچه زودتر با این روشها و کاربرد آنها در تحلیل مدارهای مقاومتی آشنا شویم و تجربیات مفیدی در به کارگیری آنها در حل انواع مدارهای متفاوت کسب کنیم و سپس آنها را به راحتی به مدارهای مرتبهٔ بالاتر که شامل سلف‌ها و خازن‌ها بوده و به معادلات دیفرانسیل منجر می‌شوند، اعمال کنیم.

* ۱- روش تحلیل گره

همان طوری‌که از نام روش تحلیل گره برمی‌آید، دراین روش متغیرهای مورد نظر **ولتاژ گره‌ها** هستند و چون ولتاژ گره‌ها نسبت به هم سنجیده می‌شوند بنابراین ابتدا گرهی را به عنوان **گره مبنا** با ولتاژ دلخواه انتخاب می‌کنیم. سپس با به کارگیری روش تحلیل گره، ولتاژ گره‌های دیگر را نسبت به این گره مبنا به دست

می‌آوریم. بنابراین تعداد متغیرهای انتخاب شده برابر تعداد گره‌ها منهای یک خواهد بود. از آنجایی که انتخاب ولتاژ گره مبنا دلخواه است، معمول براین است که برای راحتی کار ولتاژ گره مبنا را صفر انتخاب کنیم. معمولاً گره‌ای راکه تعداد بیشتری شاخه یا منبع ولتاژ به آن وصل شده است به عنوان گره مبنا انتخاب می‌کنیم. گره مبنا را با علامت زمین، یعنی به‌صورت ⏚ ، مشخص می‌کنیم. بدیهی است چون ولتاژ هر شاخه برابر تفاضل ولتاژ گره‌های دوسر آن شاخه است، پس با معلوم بودن ولتاژ گره‌ها، ولتاژ تمام شاخه‌ها به دست می‌آیند. چون مدار را مقاومتی فرض کردیم بنابراین با معلوم بودن ولتاژ هر شاخه جریان آن شاخه نیز به راحتی به دست می‌آید.

از آن‌جا که اساس روش تحلیل گره نوشتن معادلات KCL در تمام گره‌ها به استثنای گره مبنا است، پس ابتدا باید تمام منابع ولتاژ سری با مقاومتها را به منابع جریان موازی با آنها تبدیل کرد. همچنین چون جهت واقعی جریان در شاخه‌ها را نمی‌دانیم هنگام نوشتن معادلات KCL جهت تمام شاخه‌ها را جهت‌های خارج شونده از گره در نظر می‌گیریم.

با توجه به آنچه که گفته شد می‌توان مراحل مختلف روش تحلیل گره را به شرح زیر بیان نمود:

۱ـ ابتدا گره‌ای را به عنوان گره مبنا انتخاب کرده و ولتاژ آن را صفر درنظر بگیرید.

۲ـ همه گره‌های مدار را شماره گذاری کنید و گره مبنا را با شمارهٔ صفر نشان دهید.

۳ـ ولتاژ گره‌ها را نسبت به گره مبنا به عنوان متغیرهای مدار انتخاب کنید.

۴ـ قانون KCL را در تمام گره‌های مدار به‌جز گره مبنا بنویسید (معادلات گره) و سعی کنید معادلات حاصل منحصراً برحسب ولتاژ گره‌ها نوشته شوند. یعنی متغیرهای دیگر را برحسب ولتاژ گره‌های انتخاب شده بیان کنید.

۵ـ منابع وابسته را از هر نوع که باشند مانند منابع نابسته در نظر بگیرید و پس از اعمال KCL به گره‌ها، سعی کنید فقط متغیرهای ولتاژ گره‌ها در معادلات ظاهر شوند.

۶ـ در حالت کلی، اعمال مراحل فوق به هر مدار مقاومتی به n معادلهٔ n مجهولی برحسب متغیرهای ولتاژ گره منجر می‌شود (n تعداد گره‌ها به استثنای گره مبنا است). این معادلات را با روش کرامر یا هر روش دیگری که راحت‌تر باشد، حل کنید و ولتاژ گره‌ها را به دست آورید.

۷ـ ولتاژ هر شاخه برابر تفاضل ولتاژ گره‌های دوسر آن شاخه است و جریان هر شاخه با استفاده از رابطهٔ اساسی آن شاخه، که دراین فصل تمام شاخه‌ها را مقاومتی فرض می‌کنیم، به دست می‌آید.

مثال ۱ مدار شکل (۱-۱*) را با روش تحلیل گره تحلیل کنید و ولتاژ گره‌های آن را به دست آورید. مقادیر رسانایی‌ها برحسب مهو داده شده‌اند.

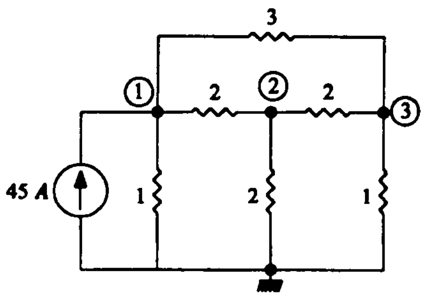
مدار دارای چهار گره است. یکی از آنها را به عنوان گره مبنا انتخاب می‌کنیم و ولتاژ آن را برای راحتی صفر در نظر می‌گیریم. گره‌های دیگر مدار را با شماره‌های ①، ② و ③ مشخص می‌کنیم و ولتاژ آنها را به

ترتیب با e_1 ، e_2 و e_3 نشان می‌دهیم. با اعمال KCL در سه گره ① ، ② و ③ به دست می‌آوریم:

$$e_1 + 2(e_1 - e_2) + 3(e_1 - e_3) = 45 \qquad (*-1)$$

$$2(e_2 - e_1) + 2e_2 + 2(e_2 - e_3) = 0 \qquad (*-2)$$

$$3(e_3 - e_1) + 2(e_3 - e_2) + e_3 = 0 \qquad (*-3)$$



شکل ۱-۱* مثال ۱.

توجه کنید که اگر سه معادلهٔ فوق را با هم جمع کنیم به دست می‌آوریم:

$$e_1 + 2e_2 + e_3 = 45 \qquad (*-4)$$

معادلهٔ (۴-*) نشانگر اعمال KCL در گره مبنا است. یعنی اعمال KCL در گره مبنا معادلهٔ مستقلی از نوشتن KCL در گره‌های دیگر به دست نمی‌دهد و بدین دلیل است که در تحلیل گره ما KCL را در همهٔ گره‌های مدار به استثنای گره مبنا می‌نویسیم.

معادلات (۱-*)، (۲-*) و (۳-*) پس از ساده کردن به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$6e_1 - 2e_2 - 3e_3 = 45 \qquad (*-5)$$

$$-2e_1 + 6e_2 - 2e_3 = 0 \qquad (*-6)$$

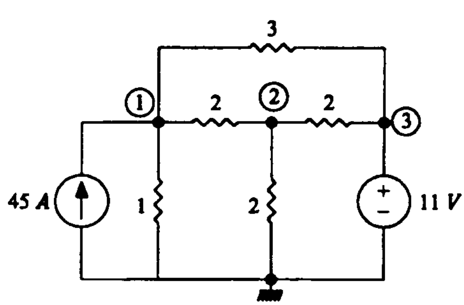
$$-3e_1 - 2e_2 + 6e_3 = 0 \qquad (*-7)$$

از حل دستگاه معادلات فوق با روش کرامر یا هر روش دیگر به دست می‌آوریم:

$e_1 = 16$ ولت ، $e_2 = 9$ ولت ، $e_3 = 11$ ولت

بدیهی است با دانستن ولتاژ گره‌ها می‌توان ولتاژ و جریان تمام شاخه‌ها را تعیین کرد.

مثال ۲ فرض کنید در مدار شکل (۱-۱*) مقاومت یک اهمی وصل شده به گره ③ را با منبع ولتاژ ۱۱ ولتی مطابق شکل (۲-۱*) تعویض کنیم. بار دیگر مدار را تحلیل کرده و ولتاژ گره‌ها را بدست آورید.



شکل ۱*-۲ مثال ۲.

گرچه مدار دارای سه گره و یک گره مبنا است، لیکن ولتاژ گره ③ دیگر مجهول نبوده و برابر ۱۱ ولت است. در حقیقت با انتخاب دو متغیر مجهول e_1 و e_2 و اعمال KCL فقط در گره‌های ① و ② به دست می‌آوریم:

$$۶e_1 - ۲e_2 = ۷۸ \quad (۸-*)$$

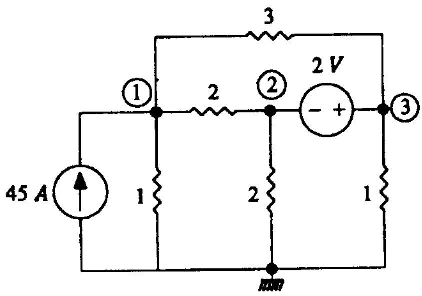
$$-۲e_1 + ۶e_2 = ۲۲ \quad (۹-*)$$

از حل این دو معادله، مقادیر ولتاژهای گره‌ها را به‌صورت $e_1 = ۱۶$ ولت و $e_2 = ۹$ ولت، به‌دست می‌آوریم.

تبصرهٔ ۱ گرچه ولتاژ گره ③ مجهول نبود، ولی اعمال KCL به این گره مستلزم معرفی یک متغیر جدید به نام جریان گذرنده از منبع ولتاژ ۱۱ ولتی است. I_E بنابراین نوشتن KCL در گره‌ای که منبع ولتاژی به آن وصل است، متغیر جدیدی را وارد معادلات می‌کند که اثر نوشتن یک معادلهٔ اضافی را از میان می‌برد. در نتیجه، در هنگام به کار بردن روش تحلیل گره اعمال KCL در گره‌هایی که منابع ولتاژ به آنها وصل است، چندان مؤثر نخواهد بود.

تبصرهٔ ۲ در مثال ۱ چنین به دست می‌آوریم که $e_3 = ۱۱$ ولت، یعنی ولتاژ شاخهٔ یک اهمی برابر ۱۱ ولت است. ما این شاخه را با منبع ولتاژی جایگزین کردیم که ولتاژ آن دقیقاً برابر ولتاژ همین شاخه بود و به طوری که ملاحظه کردیم ولتاژ گره‌های دیگر همان مقادیر قبلی به دست آمد و هیچ تغییری در ولتاژ گره‌های مدار به وجود نیامد. در حقیقت این مطلب بیانگر یک قضیهٔ مهم مدار به نام **قضیهٔ جانشینی** است که در فصل ۱۶ بیان و اثبات خواهد شد. مفهوم اصلی این قضیه آن است که اگر پس از تحلیل یک مدار، هر شاخهٔ آن را با یک منبع ولتاژ یا منبع جریان نابسته که مقادیر آنها به ترتیب برابر ولتاژ شاخه یا جریان شاخه باشد، جایگزین کنیم، هیچ‌گونه تغییری در مقادیر ولتاژ و جریان شاخه‌ها حاصل نمی‌شود.

مثال ۳ همان مدار مثال ۱ را باردیگر در نظر بگیرید و مقاومت $\frac{1}{2}$ اهمی وصل شده میان گره‌های ② و ③ را با منبع ولتاژ نابستهٔ ۲ ولتی مطابق شکل (*۱-۳) جایگزین کنید. ولتاژ گره‌های این مدار را به دست آورید.



شکل *۱-۳ مثال ۳.

البته چون ولتاژ شاخهٔ وصل شده میان گره‌های ② و ③ در مثال ۱ برابر ۲ ولت بود، مطابق قضیهٔ جانشینی انتظار داریم ولتاژ گره‌های مدار تغییر نکرده، همان مقادیر به دست آیند. اکنون این مدار را با روش تحلیل گره حل می‌کنیم و نتایج مورد انتظار را به دست می‌آوریم.

در این مدار سه ولتاژ گره مجهول داریم؛ لیکن میان e_2 و e_3 رابطهٔ $e_3 - e_2 = ۲$ برقرار است. با توجه به تبصرهٔ ۱ مثال ۲، اعمال KCL به تنهایی در گره ② یا گره ③ چندان سودمند نخواهد بود؛ زیرا جریان گذرنده از منبع ۲ ولتی به عنوان یک متغیر اضافی در معادلات ظاهر خواهد شد. لیکن با اعمال KCL در گره مرکب متشکل از گره‌های ② و ③ که شاخهٔ منبع ولتاژ در درون آن قرار می‌گیرد، نیازی در به کارگیری جریان گذرنده از منبع ولتاژ ۲ ولتی نخواهد بود. بنابراین، با نوشتن KCL در گره مرکب متشکل از گره‌های

② و ③ به دست می‌آوریم:

$$2(e_2-e_1)+2e_2+3(e_3-e_1)+e_3=0$$

که پس از ساده کردن به صورت $-5e_1+4e_2+4e_3=0$ درمی‌آید. با توجه به اینکه KCL در گره ① تغییر نکرده است، پس سه معادلهٔ سه مجهولی برحسب ولتاژهای گره e_1، e_2 و e_3 به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$6e_1-2e_2-3e_3=45$$

$$-5e_1+4e_2+4e_3=0$$

$$e_3-e_2=2$$

از حل این سه معادله ولتاژهای گره e_1، e_2 و e_3 به ترتیب $e_1=16\,V$، $e_2=9\,V$ و $e_3=11\,V$ به دست می‌آیند، که همان مقادیر به دست آمده در مثال ۱ است.

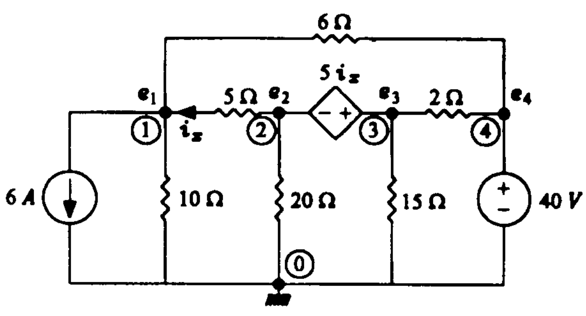
تبصرهٔ ۱ در اعمال روش تحلیل گره اگر منبع ولتاژی به دو گره زمین نشده، وصل شده باشد؛ راحت‌تر است که KCL را در گره مرکب متشکل از این دو گره بنویسیم تا نیازی به معرفی متغیر اضافی دیگری به عنوان جریان منبع ولتاژ نباشد.

تبصرهٔ ۲ در اعمال روش تحلیل گره تفاوت چندانی میان منابع وابسته و منابع نابسته وجود ندارد. می‌توان مراحل گفته شده در روش تحلیل گره را عیناً در مورد آنها نیز اجرا کرد و هرجا که لازم باشد به جای متغیر کنترل کنندهٔ منبع وابسته، مقدار آن را برحسب ولتاژهای گره‌ها قرار داد و نهایتاً معادلات گره را به دست آورد.

مثال ٤ مدار داده شده در شکل (۴-۱*) را با روش تحلیل گره حل کنید و ولتاژ گره‌ها را به دست آورید.

این مدار دارای چهار گره و یک گره مبنا است و چون منبع ولتاژ ۴۰ ولتی به گره ④ وصل شده است پس $e_4=40$. همچنین چون میان گره‌های ② و ③ منبع ولتاژ وابستهٔ $5i_x$ وصل شده است پس داریم:

$$e_3-e_2=5i_x=5\frac{(e_2-e_1)}{5}=e_2-e_1$$



شکل ۴-۱* مثال ۴.

که در این‌جا، به جای جریان کنترل کنندهٔ i_x مقدار آن را برحسب ولتاژ گره‌ها یعنی $\frac{e_2-e_1}{5}$ قرار دادیم. با ساده کردن معادلهٔ اخیر به دست می‌آوریم $e_3=2e_2-e_1$. یعنی ولتاژ e_3 را می‌توان برحسب ولتاژ گره‌های e_1 و e_2 نوشت و درحقیقت دو متغیر مجهول e_1 و e_2 داریم. با نوشتن

KCL در گره ① و گره مرکب متشکل از گره‌های ② و ③ به دست می‌آوریم:

$$\frac{e_1}{10}+\frac{1}{5}(e_1-e_2)+\frac{1}{6}(e_1-40)=-6$$

$$\frac{1}{5}(e_2-e_1)+\frac{1}{20}e_2+\frac{1}{15}(2e_2-e_1)+\frac{1}{2}(2e_2-e_1-40)=0$$

این معادلات پس از ساده کردن به صورت زیر درمی‌آیند:

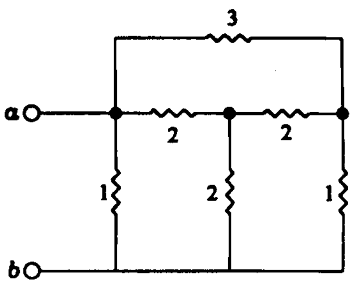
$$\frac{7}{15}e_1-\frac{1}{5}e_2=\frac{2}{3}$$

$$-\frac{23}{30}e_1+\frac{83}{60}e_2=20$$

از حل این دو معادله برحسب e_1 و e_2 به دست می‌آوریم: $e_1=10\ V$ و $e_2=20\ V$. با در نظر گرفتن $e_3=2e_2-e_1$ داریم: $e_3=30\ V$.

تمرین ۱ منبع ولتاژ کنترل شده با جریان i_x را با منبع جریان نابستهٔ ۳ آمپری با جهت از راست به چپ جایگزین کرده، بار دیگر مسأله را حل کنید. آیا می‌توانید با استفاده از قضیهٔ جانشینی راه ساده‌تری برای حل این مسأله پیشنهاد کنید؟ (جواب: ۳ آمپر)

مثال ۵ مقاومت معادل دیده شده در سرهای a و b مدار شکل (۱*-۵) را تعیین کنید. رسانایی‌ها برحسب مهو داده شده‌اند.



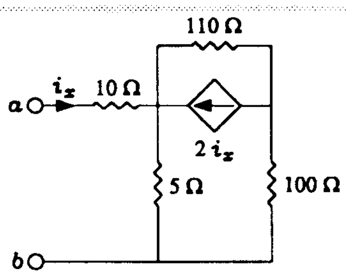
شکل ۱*-۵ مثال ۵.

می‌توان منبع جریان آزمایشی دلخواه I_T را در سرهای a و b وصل کرد و ولتاژ V_T میان این دوسر را محاسبه نمود. مقاومت معادل دیده شده در سرهای a و b از رابطهٔ:

$$R_{in}=\frac{V_T}{I_T}$$

به دست خواهد آمد. از آنجایی که مقدار I_T دلخواه است، می‌توان برای ساده کردن کار از نتیجهٔ محاسبات مثالهای قبلی استفاده کرد و مانند مثال ۱ مقدار I_T را برابر ۴۵ در نظر گرفت که دراین صورت مقدار V_T که همان e_1 است برابر ۱۶ ولت خواهد بود؛ پس $R_{in}=\frac{16}{45}\ \Omega$.

تمرین ۲ مقاومت معادل دیده شده در سرهای a و b مدار شکل (۱*-۶) را به دست آورید. (جواب: ۲۰ اهم)



شکل ۱*-۶

۳-۴ روش تحلیل مش

مش ساده‌ترین حلقه‌ای است که شاخه‌ای در درون آن نباشد. از این‌رو مش فقط در مدارهایی تعریف می‌شود که به آنها مدارهای مسطح گویند. یعنی مدارهایی که بتوان شکل آنها را روی یک صفحهٔ کاغذ چنان رسم کرد که هیچ دو شاخه‌ای همدیگر را به‌جز در گره‌ها قطع نکنند. با این تعریف مش، روشن است که هر شاخهٔ یک مدار یا در یک مش تنها قرار می‌گیرد (شاخه‌های بیرونی) و یا در دو مش مشترک است (شاخه‌های درونی).

در روش تحلیل مش متغیرهای مورد نظر را جریانهای فرضی در نظر می‌گیرند که در مش‌ها در گردش هستند و از این‌رو اگر شاخه‌ای در دو مش مشترک باشد جریان هر دو مش از آن شاخه می‌گذرد. انتخاب جهتی برای نشان دادن جریان فرضی یک مش اختیاری است، ولی معمول بر آن است که جهت همهٔ مش‌ها را در جهت عقربه‌های ساعت در نظر می‌گیرند. بنابراین اگر جهت همهٔ مش‌ها را در جهت عقربه‌های ساعت در نظر بگیریم، جریان گذرنده از شاخه‌های مشترک میان دو مش برابر تفاضل جریان آن دو مش خواهد بود. در فصل ۱۰ نشان داده خواهد شد که تعداد مش‌های یک مدار، برابر تعداد شاخه‌ها منهای تعداد گره‌ها به علاوه یک، یعنی $l = b - n_t + 1$ است، که در آن b تعداد شاخه‌ها، n_t تعداد گره‌ها و l تعداد مش‌ها است. همان‌طوری که از قبل می‌دانیم l در واقع همان تعداد متغیرهای مستقل جریان شاخه، در یک مدار است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که جریانهای مش‌ها، متغیرهای مستقل از هم می‌باشند. اساس روش تحلیل مش، نوشتن معادلات KVL در تمام مش‌ها است که از حل این معادلات جریانهای مش‌ها به دست می‌آیند. با معلوم بودن جریان مش‌ها، می‌توان جریان شاخه‌ها و در نتیجه ولتاژ شاخه‌ها را به دست آورد. بنابراین مراحل مختلف روش تحلیل مش را می‌توان به شرح زیر توصیف نمود:

۱- ابتدا منابع جریان موازی با مقاومتها را به منابع ولتاژ سری با آنها تبدیل کنید.

۲- مش‌ها را شماره‌گذاری کرده و جریانهای آنها را در جهت عقربه‌های ساعت به عنوان متغیرهای مدار انتخاب کنید.

۳- جریان شاخه‌ای که فقط در یک مش قرار دارد برابر جریان آن مش و جریان شاخه‌ای که در دو مش مشترک است برابر تفاضل جریانهای آن دو مش است.

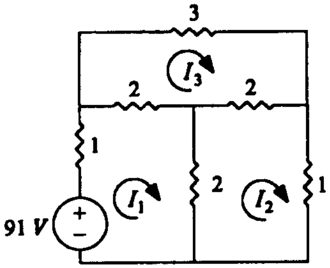
۴- قانون KVL را در کلیهٔ مش‌های مدار بنویسید و سعی کنید معادلات حاصل، منحصراً برحسب جریان مش‌ها نوشته شوند؛ یعنی متغیرهای دیگر را برحسب جریانهای مش‌ها بیان کنید.

۵- منابع وابسته را مانند منابع نابسته در نظر بگیرید و پس از اعمال KVL در مش‌ها سعی کنید کلیهٔ متغیرها را برحسب جریانهای مش‌ها بیان کنید.

۶- در حالت کلی، اعمال مراحل فوق در هر مدار مقاومتی به یک دستگاه l معادلهٔ l مجهولی برحسب جریانهای مش‌ها منجر می‌شود که از حل این معادلات جریان مش‌ها به دست می‌آیند.

۷- جریان شاخه‌ها از روی جریان مش‌ها و ولتاژ شاخه‌ها از روی جریان شاخه‌ها به دست می‌آیند.

مثال ۱ مـدار نشـان داده شـده در شـکـل (۲-*۱) را بـا روش تحلیل مش تحلیل کنید و جریانهای مش‌هـا را بـه دست آوریـد. مقادیر مقاومتها برحسب اهم داده شده‌اند.



شکل ۲-*۱ مثال ۱.

ابتدا جریانهای مش‌ها را به صورت $I_۱$، $I_۲$ و $I_۳$ در جهت عقربه‌های ساعت انتخاب کنید. دراین مدار شش مقاومت وجود دارد. سه تا از این مقاومتها شاخه‌های بیرونی بوده و فـقط در یک مش قرار دارند و سه تای دیگر مقاومتها شاخه‌های درونی بوده و در دو مش مشترک هستند. اعمال KVL دراین مش‌ها معادلات زیر را به دست می‌دهد:

$$I_۱ + ۲(I_۱ - I_۳) + ۲(I_۱ - I_۲) = ۹۱$$
$$۲(I_۲ - I_۱) + ۲(I_۲ - I_۳) + I_۲ = ۰$$
$$۳I_۳ + ۲(I_۳ - I_۲) + ۲(I_۳ - I_۱) = ۰$$

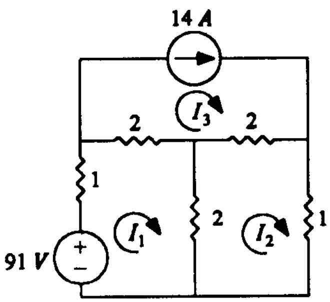
پس از ساده کردن، سه معادلهٔ سه مجهولی زیر را به‌دست می‌آوریم:

$$۵I_۱ - ۲I_۲ - ۲I_۳ = ۹۱$$
$$-۲I_۱ + ۵I_۲ - ۲I_۳ = ۰$$
$$-۲I_۱ - ۲I_۲ + ۷I_۳ = ۰$$

از حل این معادلات داریم: $I_۱ = ۳۱A$ ، $I_۲ = ۱۸A$ و $I_۳ = ۱۴A$. با معلوم بودن جریان مش‌ها، جـریان شاخه‌ها و ولتاژ شاخه‌ها به راحتی به دست می‌آیند.

مثال ۲ مدار نشان داده شده در شکل (۲-*۲) را با روش مش تحلیل کنید.

گرچه مدار دارای سه مش است، لیکن جریان مش ۳ مجهول نیست، و مقدار آن برابر $۱۴A$ است. در حقیقت دو مجهول $I_۱$ و $I_۲$ داریم که با نوشتن KVL در مش‌های ۱ و ۲ دو معادلهٔ زیر را به دست می‌آوریم:



شکل ۲-*۲ مثال ۲.

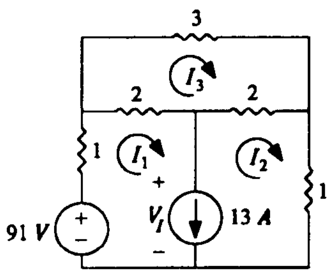
$$I_۱ + ۲(I_۱ - ۱۴) + ۲(I_۱ - I_۲) = ۹۱$$
$$۲(I_۲ - I_۱) + ۲(I_۲ - ۱۴) + I_۲ = ۰$$

از حـل ایـن دو مـعادله مـقادیر جـریانهای مش‌هـا بـه صـورت $I_۱ = ۳۱A$ و $I_۲ = ۱۸A$ به دست می‌آیند.

تبصرهٔ ۱ گرچه جریان مش ۳ مجهول نیست، لیکن اعمال KVL دراین مش مستلزم به کار بردن متغیر مجهول V_I نشان دهندهٔ ولتاژ دوسر این منبع جریان است. بنابراین نوشتن KVL در مش ۳ که متغیر اضافی V_I را معرفی می‌کند، کمک چندانی در حل این مدار نمی‌کند.

تبصرهٔ ۲ جریان گذرنده از منبع جریان همان جریان مش ۳ در مثال ۱، در نظر گرفته شده است تا یک‌بار دیگر کاربرد قضیهٔ جانشینی مورد توجه قرار گیرد.

مثال ۳ مدار نشان داده شده در شکل (۳-۲*) را با روش مش تحلیل کنید.



شکل ۳-۲* مثال ۳.

توجه کنید شاخه‌ای که شامل منبع جریان ۱۳ آمپری است در دو مش مشترک است و بنابراین رابطهٔ $I_1 - I_2 = 13$ برقرار است. ولتاژ دوسر منبع جریان را با V_I نشان دهید. اعمال KVL در مش‌های ۱ و ۲ معادلات زیر را به دست می‌دهد:

$$I_1 + 2(I_1 - I_3) + V_I = 91$$
$$2(I_2 - I_3) + I_2 - V_I = 0$$

متغیر V_I در معادلهٔ اول با علامت + و در معادلهٔ دوم با علامت − ظاهر می‌شود. اگر این دو معادله را با هم جمع کنیم به دست می‌آوریم:

$$I_1 + 2(I_1 - I_3) + 2(I_2 - I_3) + I_2 = 91 \quad \Rightarrow \quad 3I_1 + 3I_2 - 4I_3 = 91$$

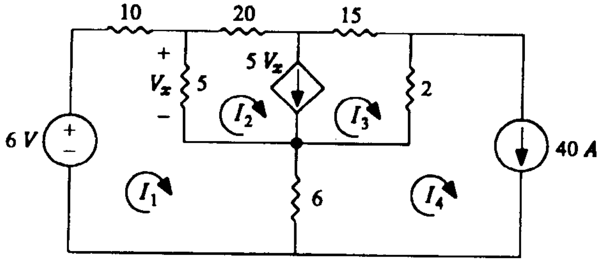
این معادله نشان دهندهٔ معادلهٔ KVL در حلقهٔ مرکب متشکل از مش‌های ۱ و ۲ می‌باشد (مش حالت خاصی از حلقه است). بنابراین می‌توانستیم از اول معادلهٔ KVL را دراین حلقه بنویسیم که هیچ متغیر اضافی در آن ظاهر نمی‌شد. مش ۳ هیچ تغییری نکرده و معادلهٔ KVL درآن، همان معادلهٔ نوشته شده در مثال ۱ است. از این‌رو سه معادلهٔ به دست آمده برحسب جریانهای مش این مدار به صورت زیر است:

$$3I_1 + 3I_2 - 4I_3 = 91$$
$$I_1 - I_2 = 13$$
$$-2I_1 - 2I_2 + 7I_3 = 0$$

از حل این معادلات به دست می‌آوریم: $I_1 = 31A$، $I_2 = 18A$ و $I_3 = 14A$.

تبصره در اعمال روش تحلیل مش، اگر شاخه‌ای تنها از یک منبع جریان تشکیل شود و این شاخه فقط در یک مش قرار داشته باشد، جریان آن مش معلوم است و نیازی به نوشتن KVL در آن مش نمی‌باشد. لیکن اگر این منبع در دو مش مشترک باشد تفاضل جریان آن دو مش معلوم است و به جای نوشتن KVL در هر یک از آن دو مش، راحت‌تر است که KVL را در حلقهٔ متشکل از آن دو مش بنویسیم.

مثال ٤ مدار نشان داده شده در شکل (۴-۲*) را با روش مش تحلیل کنید. مقادیر رسانایی‌ها برحسب مهو داده شده‌اند.



شکل *۲-۴ مثال ۴.

این مدار چهار مش دارد که جریان مش چهارم آن معلوم است، یعنی $I_۴ = ۴۰$. همچنین تفاضل جریانهای مش‌های دوم و سوم برحسب V_x بیان می‌شود که خود V_x برحسب تفاضل جریانهای $I_۱$ و $I_۲$ قابل بیان است، یعنی:

$$I_۲ - I_۳ = ۵V_x = ۵\left(\frac{۱}{۵}(I_۱ - I_۲)\right) = I_۱ - I_۲$$

بنابراین $I_۳$ را می‌توان برحسب $I_۱$ و $I_۲$ بیان کرد. یعنی: $I_۳ = ۲I_۲ - I_۱$

برای حل این مدار به دو معادله نیاز داریم که می‌توان با نوشتن KVL در مش ۱ و مش مرکب متشکل از مش‌های ۲ و ۳ آنها را به دست آورد. یعنی:

$$-۶ + \frac{۱}{۱۰}I_۱ + \frac{۱}{۵}(I_۱ - I_۲) + \frac{۱}{۶}(I_۱ - ۴۰) = ۰$$

$$\frac{۱}{۲۰}I_۲ + \frac{۱}{۱۵}(۲I_۲ - I_۱) + \frac{۱}{۲}(۲I_۲ - I_۱ - ۴۰) + \frac{۱}{۵}(I_۲ - I_۱) = ۰$$

با ساده کردن این معادلات به دست می‌آوریم:

$$\frac{۷}{۱۵}I_۱ - \frac{۱}{۵}I_۲ = \frac{۲}{۳}$$

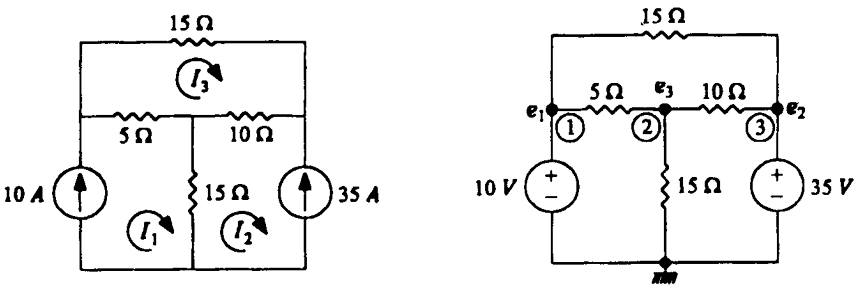
$$-\frac{۲۳}{۳۰}I_۱ + \frac{۸۳}{۶۰}I_۲ = ۲۰$$

از حل این دو معادله به دست می‌آوریم: $I_۱ = ۱۰\,A$ و $I_۲ = ۲۰\,A$ و بنابراین $I_۳ = ۲I_۲ - I_۱ = ۳۰\,A$ و $I_۴ = ۴۰\,A$.

*۳-۰ انتخاب روش تحلیل مناسب

سوال مهمی که اغلب مطرح می‌شود این است که برای تحلیل یک مدار داده شده کدام یک از دو روش تحلیل گره یا روش تحلیل مش مناسب‌تر است. بدیهی است روش تحلیل مناسب بستگی به شکل مدار و منابع موجود در آن دارد. به‌طور کلی برای تحلیل یک مدار داده شده روشی مناسب است که به معادلاتی با تعداد متغیرهای کمتر منجر شود. بنابراین قبل از آنکه روش تحلیل را انتخاب کنید به دقت به شکل مدار داده شده توجه کنید و مشخص کنید که با انتخاب روشهای تحلیل گره و مش چند متغیر مجهول در نظر گرفته می‌شود. روشی را انتخاب کنید که به تعداد متغیرهای مجهول کمتر منجر شود.

مثال مدارهای داده شده در شکلهای (*۳-۱ الف و ب) را با روش مناسب تحلیل کنید.



(ب) (الف)

شکل *۳-۱ مثال.

مدار شکل (الف) دارای سه گره و یک گره مبنا است و ولتاژ دو گره آن معلوم هستند، یعنی $e_1 = ۱۰\ V$ و $e_2 = ۳۵\ V$. پس این مدار یک متغیر مجهول e_3 دارد که با نوشتن KCL در گره ③ مقدار آن به دست می‌آید. یعنی:

$$\frac{e_3 - ۱۰}{۵} + \frac{e_3}{۱۵} + \frac{e_3 - ۳۵}{۱۰} = ۰$$

از حل این معادله به دست می‌آوریم: $e_3 = ۱۵\ V$.

اگر می‌خواستیم مدار شکل (الف) را با روش تحلیل مش حل کنیم، سه متغیر مجهول جریان مش باید در نظر می‌گرفتیم و در نتیجه سه معادلهٔ سه مجهولی به دست می‌آوردیم. بنابراین برای مدار شکل (الف) روش تحلیل گره مناسب‌تر است.

در مدار شکل (ب) سه مش داریم که جریان دوتا از آنها معلوم است، یعنی $I_1 = ۱۰\ A$ و $I_2 = -۳۵A$. پس این مدار یک متغیر مجهول I_3 دارد که با نوشتن KVL در مش ۳ مقدار آن به دست می‌آید. یعنی:

$$۱۵I_3 + ۱۰(I_3 + ۳۵) + ۵(I_3 - ۱۰) = ۰$$

که از آن به دست می‌آوریم: $I_3 = -۱۰\ A$.

اگر می‌خواستیم مدار شکل (ب) را با روش تحلیل گره حل کنیم، سه متغیر مجهول ولتاژ گره باید در نظر می‌گرفتیم و در نتیجه سه معادلهٔ سه مجهولی به دست می‌آوریم. بنابراین برای مدار شکل (ب) روش تحلیل مش مناسب‌تر است.

*۳-۴ تقسیم کنندهٔ ولتاژ و تقسیم کنندهٔ جریان

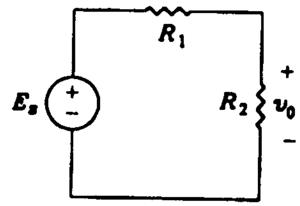
مدار سادهٔ نشان داده شده در شکل (*۴-۱) را در نظر بگیرید که در آن ولتاژ E میان دو مقاومت R_1 و R_2

تقسیم می‌شود. این مدار را **تقسیم کنندهٔ ولتاژ** گویند. واضح است که اگر بخواهیم ولتاژ خروجی v_o را در دوسر مقاومت R_2 حساب کنیم، به راحتی از رابطهٔ زیر به دست می‌آوریم:

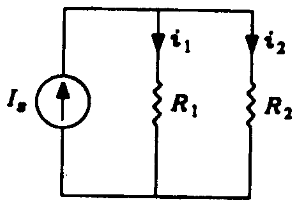
$$v_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E_s$$

اکنون مدار نشان داده شده در شکل (*۴-۲) را در نظر بگیرید که در آن جریان I_s میان دو مقاومت R_1 و R_2 تقسیم می‌شود. این مدار را **تقسیم کنندهٔ جریان** گویند. واضح است که اگر بخواهیم جریان i_2 گذرنده از مقاومت R_2 را حساب کنیم، به راحتی از رابطهٔ زیر به دست می‌آوریم:

$$i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_s$$



شکل *۴-۱

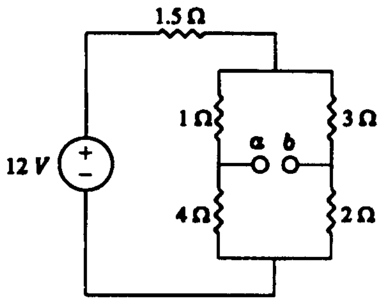


شکل *۴-۲

تمرین در مدار مقاومتی داده شده در شکل (*۴-۳)

الف ـ با استفاده از ایدهٔ تقسیم کنندهٔ ولتاژ، ولتاژ دوسر a و b یعنی v_{ab} را تعیین کنید.

ب ـ اکنون شاخهٔ ab را اتصال کوتاه کنید. با استفاده از ایدهٔ تقسیم‌کنندهٔ جریان، جریان گذرنده از شاخهٔ اتصال کوتاه را تعیین کنید.



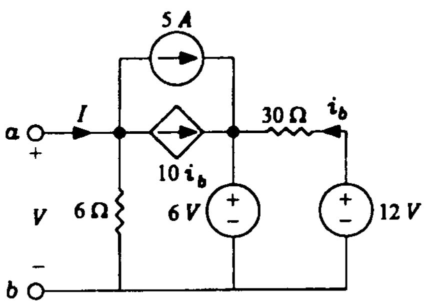
شکل *۴-۳

*-۵ مشخص‌سازی یک مدار خطی در دوسر آن

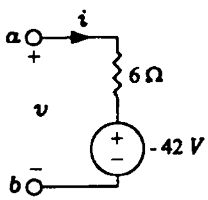
گاهی اوقات ما فقط به رفتار یک مدار خطی در دوسر دلخواه آن علاقه‌مندیم. این مدار خطی ممکن است از ترکیب هر تعداد مقاومت خطی، منابع وابسته و منابع نابسته تشکیل شده باشد، اما تنها رفتار این مدار در سرهای مشخص شدهٔ آن مورد توجه می‌باشد. در چنین مواردی این مدار را می‌توان به صورت اتصال سری یک منبع ولتاژ با یک مقاومت (**مدار معادل تونن**) و یا اتصال موازی یک منبع جریان با یک مقاومت (**مدار معادل نرتن**) نمایش داد. گرچه قضایا و مفاهیم مربوط به مدارهای معادل تونن و نرتن در فصل ۱۶ به تفصیل ارائه خواهد شد، لیکن نظر به اهمیت، سادگی و گسترهٔ کاربردهای این قضیه و اعمال راحت آنها در مدارهای مقاومتی، مناسب دیدیم که موضوع مدارهای معادل تونن و نرتن را در قالب مدارهای مقاومتی، هر چه

زودتر مطرح کنیم، تا ضمن آشنایی با این مفاهیم مهم، فرصت‌های بیشتری برای استفاده از آنها در ادامهٔ مطالب درس به دست آوریم.

مثال ۱ مدار نشان داده شده در شکل (*۵-۱) را در نظر بگیرید. می‌خواهیم این مدار را برحسب متغیرهای ولتاژ و جریان در دوسر آن یعنی V و I توصیف کنیم. به سهولت دیده می‌شود که $i_b = \frac{۱۲-۶}{۳۰} = \frac{۱}{۵}$ و با اعمال KVL در مش سمت چپ به دست می‌آوریم: $V = ۶(I - ۵ - ۱۰ i_b)$. با جایگزینی $i_b = \frac{۱}{۵}$ به دست می‌آوریم: $V = ۶I - ۴۲$. یعنی از لحاظ رفتار در سرهای a و b، این مدار، معادل یک مقاومت ۶ اهمی است که با یک منبع ولتاژ ۴۲- ولتی به طور سری وصل شده است. این مدار در شکل (*۵-۲) نشان داده شده است و آن را مدار معادل تونن دیده شده در سرهای a و b گویند.

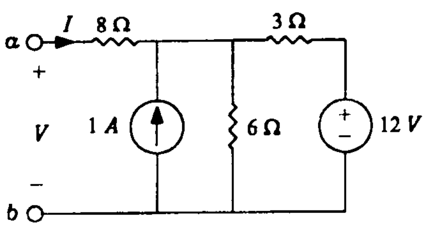


شکل *۵-۱ مثال ۱.

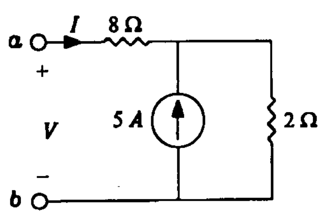


شکل *۵-۲ مدار معادل تونن شکل (*۵-۱).

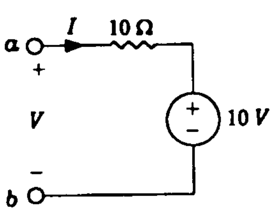
مثال ۲ مدار نشان داده شده در شکل (*۵-۳ الف) را در نظر بگیرید. می‌توان با تبدیل منبع ولتاژ ۱۲ ولتی سری با مقاومت ۳ اهمی به یک منبع جریان ۴ آمپری موازی با مقاومت ۳ اهمی، و سپس جایگزینی منابع جریان موازی ۴ آمپری و ۱ آمپری با یک منبع جریان ۵ آمپری و مقاومتهای موازی ۳ اهمی و ۶ اهمی با یک مقاومت ۲ اهمی مدار شکل (*۵-۳ب) را به دست آورد. با تبدیل منبع جریان ۵ آمپری موازی با مقاومت ۲ اهمی به یک منبع ولتاژ ۱۰ ولتی سری با مقاومت ۲ اهمی و جایگزینی مقاومتهای ۸ اهمی و ۲ اهمی سری با یک مقاومت ۱۰ اهمی، مدار معادل شکل (*۵-۳پ) را به دست می‌آوریم که مدار معادل تونن دیده شده در سرهای a و b است.



شکل *۵-۳ الف مثال ۲.



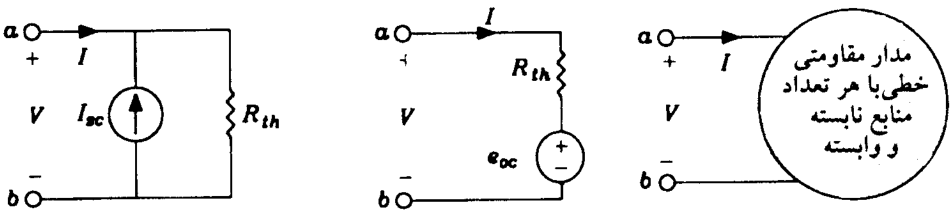
شکل *۵-۳ ب مثال ۲.



شکل *۵-۳ پ مدار معادل تونن شکل (*۵-۳ الف).

با تعمیم نتایج به دست آمده از مثال‌های ۱ و ۲ می‌توان بیان کرد که اگر از دوسر دلخواه a و b هر مدار مقاومتی، مطابق شکل (*۵-۴ الف) به آن مدار نگاه کنیم، رابطهٔ میان ولتاژ V و جریان I در سرهای a و b را می‌توان به صورت یک رابطهٔ خطی به شکل $V=\alpha I+\beta$ بیان کرد. تونن ثابت کرده است که α همان مقاومت دیده شده در سرهای a و b و β همان ولتاژ مدار باز دیده شده در این دوسر است که از این به بعد آنها را به‌ترتیب با R_{th} و e_{oc} مطابق شکل (*۵-۴ ب) نشان می‌دهیم.

بدیهی است که می‌توان با انجام یک تحلیل مداری، ولتاژ e_{oc} دوسر دلخواه هر مدار را به راحتی به دست آورد. با صفر کردن منابع نابسته، R_{th} ، مقاومت دیده شده در هر دو سر مدار را نیز می‌توان به سادگی تعیین کرد و بنابراین مدار معادل تونن دیده شده در هر دوسر مدار را با روشهای تحلیل مداری مطابق شکل (*۵-۴ ب) تعیین نمود.



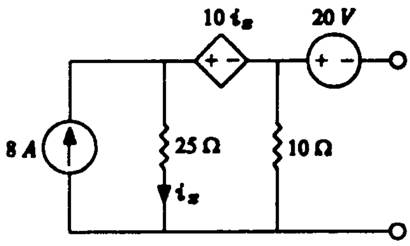
شکل *۵-۴ پ شکل *۵-۴ ب شکل *۵-۴ الف

تبصرهٔ ۱ همان‌طور که قبلاً گفته شد، برای محاسبهٔ مقاومت دیده شده در هر دوسر دلخواه یک مدار مقاومتی با هر تعداد منابع نابسته و منابع وابسته، ابتدا باید منابع نابستهٔ موجود در مدار را صفر نمود (یعنی منابع ولتاژ نابسته را اتصال کوتاه و منابع جریان نابسته را مدار باز کرد). سپس یک منبع ولتاژ آزمایشی V_T را در دوسر مدار قرار داد و با انجام یک تحلیل مداری، جریان I خارج شونده از منبع ولتاژ را به دست آورد. مقاومت دیده شده در سرهای مدار به سادگی از رابطهٔ $R_{th}=V_T/I$ تعیین می‌شود. همچنین می‌توان به جای منبع ولتاژ آزمایشی V_T یک منبع جریان آزمایشی I_T در سرهای مدار وصل نمود و با انجام یک تحلیل مداری، ولتاژ V دو سر منبع جریان را تعیین نمود و سپس مقاومت دیده شده در سرهای مدار را مجدداً از رابطهٔ $R_{th}=V/I_T$ به دست آورد.

تبصرهٔ ۲ مدار معادل تونن شکل (*۵-۴ ب) را می‌توان به صورت مدار معادل نرتن شکل (*۵-۴ پ) نیز نشان داد که در آن: $i_{sc}=\dfrac{e_{oc}}{R_{th}}$. نرتن ثابت کرد که جریان i_{sc} را می‌توان از اتصال کوتاه کردن سرهای a و b در شکل (*۵-۴ الف) و تعیین جریان گذرنده از این شاخهٔ اتصال کوتاه در جهت a به b ، تعیین نمود.

تبصرهٔ ۳ برای تعیین مدارهای معادل تونن و نرتن دیده شده از دوسر دلخواه هر مدار خطی، کافی است که دو تا از سه مقدار e_{oc} ، i_{sc} و R_{th} را تعیین کنیم. از آنجایی که محاسبهٔ جداگانهٔ هریک از این مقادیر امکان‌پذیر است، معمولاً در تعیین مدارهای معادل تونن و نرتن از این سه مقدار، آن دوتایی راکه تعیین آنها ساده‌تر باشد، محاسبه می‌کنند.

مثال ۳ در مدار شکل (*۵-۵ الف) هر یک از کمیت‌های e_{oc} ، R_{th} و i_{sc} را جداگانه محاسبه کرده و درستی رابطهٔ $e_{oc} = R_{th} \cdot i_{sc}$ را بررسی کنید.



شکل *۵-۵ الف مثال ۳.

محاسبهٔ e_{oe} : با نوشتن KVL در مش وسط در شکل (*۵-۵ الف) به دست می‌آوریم:

$$۱۰i_x + ۱۰(۸ - i_x) - ۲۵\,i_x = ۰ \quad \Rightarrow \quad i_x = ۳/۲$$

$$e_{oc} = -۲۰ + ۱۰(۸ - ۳/۲) = ۲۸ \text{ ولت}$$

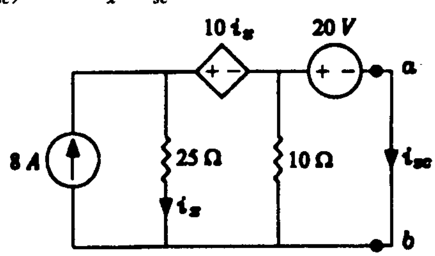
محاسبهٔ i_{sc} : ابتدا شاخهٔ ab را اتصال کوتاه می‌کنیم. به سادگی دیده می‌شود که جریان گذرنده از مقاومت ۱۰ اهمی برابر $۸ - i_x - i_{sc}$ است. با نوشتن KVL در مش وسط در شکل (*۵-۵ب) داریم:

$$۱۰i_x + ۱۰(۸ - i_x - i_{sc}) - ۲۵\,i_x = ۰ \quad \Rightarrow$$

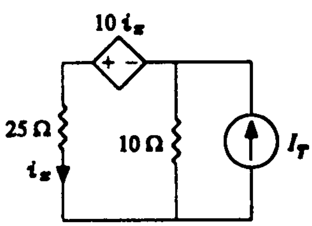
$$۲i_{sc} + ۵\,i_x = ۱۶ \qquad (*۵-۱)$$

با توجه به مش سمت راست بدیهی است که:

$$۲۰ = ۱۰(۸ - i_x - i_{sc}) \quad \Rightarrow \quad i_x + i_{sc} = ۶ \qquad (*۵-۲)$$



شکل *۵-۵ ب محاسبهٔ جریان i_{sc}.



شکل *۵-۵ پ محاسبهٔ R_{th}.

از حل معادلات (*۵-۱) و (*۵-۲) نتیجه می‌شود که: $i_{sc} = \frac{۱۴}{۳}$, $i_x = \frac{۴}{۳}$

محاسبهٔ R_{th} : برای محاسبهٔ R_{th} کلیهٔ منابع نابسته را صفر کرده و منبع جریان I_T را مطابق شکل (*۵-۵پ) به مدار وصل می‌کنیم و ولتاژ V دوسر آن را حساب می‌کنیم. با اعمال KVL در مش سمت چپ در شکل (*۵-۵پ) داریم:

$$۱۰i_x + ۱۰(I_T - i_x) - ۲۵\,i_x = ۰ \quad \Rightarrow \quad i_x = \frac{۲}{۵}I_T$$

جریان گذرنده از مقاومت ۱۰ اهمی برابر $I_T - i_x$ است. پس:

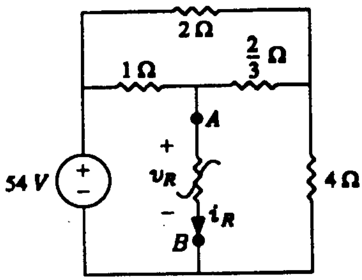
$$V = ۱۰(I_T - i_x) = ۱۰(I_T - \frac{۲}{۵}I_T) = ۶I_T$$

و بنابراین:

$$R_{th} = \frac{V}{I_T} = ۶\,\Omega$$

بدیهی است که رابطهٔ $e_{oc} = R_{th} . i_{sc}$ برقرار است.

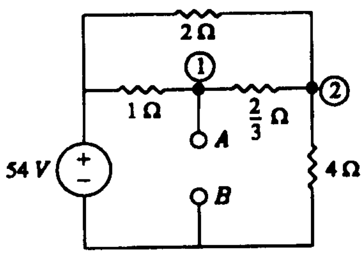
مثال ٤ در مدار شکل (*۵-۶ الف) مقاومت غیرخطی $\mathscr{R}$ با رابطهٔ $v_R = ۶i_R^{۳} - \frac{۲}{۳} i_R$ توصیف می‌شود. جریان گذرنده از این مقاومت را با استفاده از مدار معادل تونن دیده شده توسط مقاومت غیرخطی $\mathscr{R}$ تعیین کنید.



شکل *۵-۶ الف مثال ۴.

ابتدا مقاومت غیرخطی $\mathscr{R}$ را باز کرده و مدار معادل تونن دیده شده از دوسر A و B شکل (*۵-۶ ب) را تعیین می‌کنیم. با انجام تحلیل‌های ساده به راحتی به دست می‌آوریم:

$$e_{oc} = ۴۸\ V \quad , \quad R_{th} = \frac{۲}{۳}\,\Omega$$

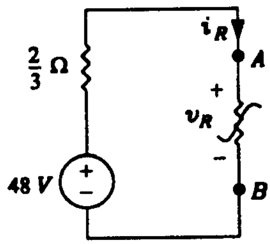


شکل *۵-۶ ب

بنابراین با جایگزینی مدار داده شده در شکل (*۵-۶ الف) با مدار شکل (*۵-۶ ب) که در آن مدار معادل تونن دیده شده از دوسر مقاومت غیرخطی جایگزین بقیهٔ مدار شده است، مدار سادهٔ شکل (*۵-۶ پ) را به دست می‌آوریم. با اعمال KVL در حلقهٔ موجود داریم:

$$۴۸ = \frac{۲}{۳} i_R + v_R = \frac{۲}{۳} i_R + ۶i_R^{۳} - \frac{۲}{۳} i_R \quad \Rightarrow$$

$$i_R^{۳} = ۸A \quad \Rightarrow \quad i_R = ۲A$$

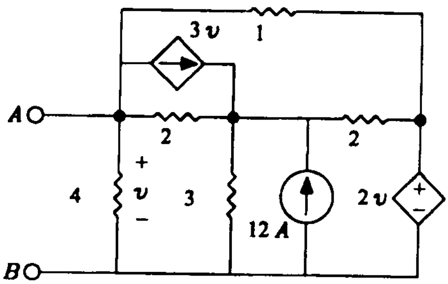


شکل *۵-۶ پ

*۶-۶ محاسبهٔ همزمان e_{oc} و R_{th} در مدار معادل تونن

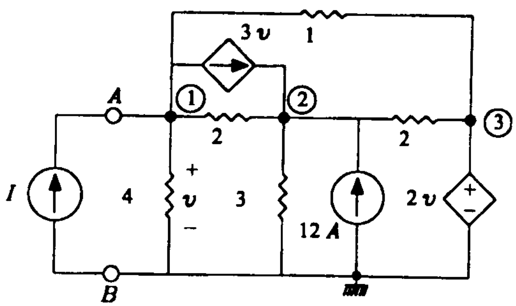
علاوه بر آن که می‌توان e_{oc} و R_{th} را جداگانه برای هر مدار داده شده، محاسبه کرد، می‌توان هر دوی آنها را به طور همزمان نیز تعیین نمود. برای این منظور بدون آنکه منابع نابستهٔ موجود در مدار داده شده را صفر کنیم، منبع جریان I را در دوسر مدار وصل کرده و سعی می‌کنیم ولتاژ V دوسر آن را محاسبه کنیم. اگر این ولتاژ را بتوان نهایتاً به صورت $V = \alpha I + \beta$ درآورد، دراین صورت β همان ولتاژ مدار باز و α مقاومت معادل تونن دیده شده در دوسر مدار است. مثال ۵ این روش محاسبه را تشریح می‌کند.

مثال مدار نشان داده شده در شکل (*۶-۱ الف) را در نظر بگیرید. می‌خواهیم مدار معادل تونن دیده شده در سرهای A و B را از طریق محاسبهٔ همزمان e_{oc} و R_{th} تعیین کنیم. رسانایی‌های این مدار برحسب مهو داده شده‌اند.



شکل *۶-۱ الف مثال ۵.

ابتدا منبع جریان I را در سرهای A و B وصل کرده و مدار را با روش تحلیل گره حل می‌کنیم، مدار دارای سه گره است؛لیکن به گره ③ منبع ولتاژ کنترل شده با ولتاژ $۲v$ وصل شده و بنابراین $v_۳ = ۲v_۱$ و می‌توان فقط بانوشتن KCL درگره‌های ① و ② مدار را تحلیل کرد. با اعمال KCL در گره‌های ① و ② به دست می‌آوریم:



شکل *۶-۱ ب مثال ۵.

$$۴v_۱ + ۲(v_۱ - v_۲) + ۳v_۱ + (v_۱ - ۲v_۱) = I$$
$$۲(v_۲ - v_۱) + ۳v_۲ - ۳v_۱ - ۱۲ + ۲(v_۲ - ۲v_۱) = ۰$$

از حل این دو معادله برحسب متغیر مجهول $v_۱$ به دست می‌آوریم:

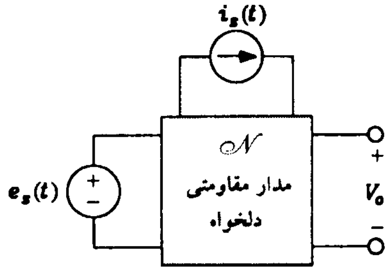
$$v_۱ = \frac{۷}{۳۸} I + \frac{۲۴}{۳۸}$$

بنابراین: $e_{oc} = \frac{۲۴}{۳۸}$ و $R_{th} = \frac{۷}{۳۸}$.

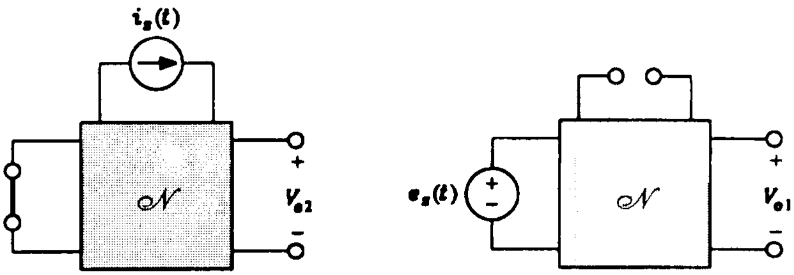
*۷- جمع آثار در مدارهای مقاومتی خطی

قضیهٔ جمع آثار یکی از مهمترین قضایای مدارهای خطی است که در فصل ۱۶ با تفصیل بیشتر مطرح و اثبات خواهد شد. لیکن چون استفاده از این قضیه ما را در تحلیل و درک مطالب مربوط به مدارهای مختلف بسیار کمک می‌کند، مناسب دیدیم که دراین فصل آن را به طور مختصر مرور کنیم تا دانشجویان بتوانند هرچه زودتر با این قضیهٔ اساسی آشنا شده و از آن در درک و حل مسائل مداری دیگر استفاده کنند.

مدار مقاومتی خطی دلخواه $\mathcal{N}$ را که در آن برای سادگی فقط دو منبع نابستهٔ $e_s(t)$ و $i_s(t)$ فرض شده‌اند را مطابق شکل (*۷-۱ الف) درنظر بگیرید. ولتاژ خروجی v_o این مدار که از اعمال همزمان دو منبع نابستهٔ $e_s(t)$ و $i_s(t)$ حاصل می‌شود یقیناً متأثر از وجود هر دو منبع خواهد بود. قضیهٔ جمع آثار به سادگی بیان می‌کند که پاسخ حاصل از اعمال همزمان دو یا چند منبع نابسته، برابر مجموع پاسخ‌های حاصل از اعمال



(الف)



(پ) (ب)

شکل (۷-*۱) جمع آثار در مدارهای مقاومتی خطی.

هر یک از این منابع به تنهایی است؛ به شرط آنکه دیگر منابع نابستهٔ موجود در مدار برابر صفر قرار داده شوند. توجه کنید که منابع وابسته عیناً در مدار باقی می‌مانند. همان‌طوری که می‌دانیم برای صفر کردن یک منبع ولتاژ نابسته، آن را اتصال کوتاه و برای صفر کردن یک منبع جریان نابسته، آن را مدار باز می‌کنیم. در مدار شکل (۷-*۱ الف) برای آنکه v_o را حساب کنیم باید مدارهای داده شده در شکلهای (۷-*۱ ب) و (۷-*۱ پ) را تحلیل کرده و ولتاژ خروجی $v_{o۲}$ و $v_{o۱}$ را در هر حالت محاسبه کنیم و سپس مقادیر به دست آمده را با هم جمع کنیم تا ولتاژ خروجی v_o مورد نظر حاصل شود؛ یعنی: $v_o = v_{o۱} + v_{o۲}$.

مثال در مدار شکل (۷-*۲ الف) ولتاژ خروجی v_o را با استفاده از جمع آثار تعیین کنید.

ابتدا منبع جریان ۵ آمپری را صفر کرده (مدار باز می‌کنیم) و مدار شکل (۷-*۲ ب) را تحلیل می‌کنیم.

چون جریان $۰/۴v_x$ در خلاف جهت ولتاژ v_x از مقاومت ۱۰ اهمی می‌گذرد؛ پس:

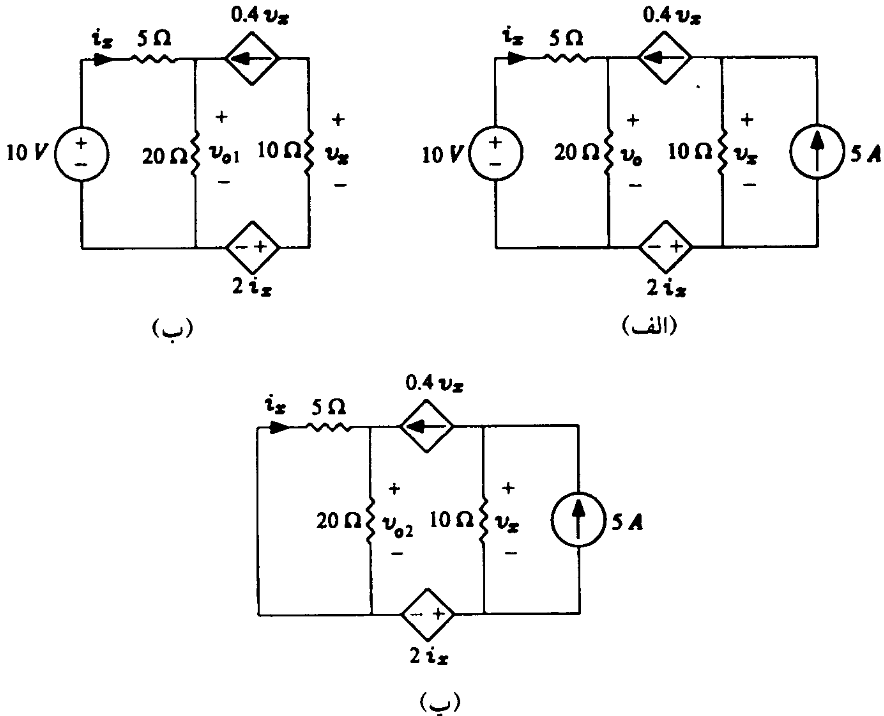
$$۱۰ \times ۰/۴ v_x = -v_x \quad \Rightarrow \quad v_x = ۰$$

بنابراین: $v_{o۱} = \frac{۲۰}{۲۰+۵} \times ۱۰ = ۸V$ به دست می‌آید.

اکنون منبع ولتاژ ۱۰ ولتی را صفر کرده (اتصال کوتاه می‌کنیم) و مدار شکل (۷-*۲ پ) را تحلیل می‌کنیم.

جریان گذرنده از مقاومت ۱۰ اهمی برابر $۵ - ۰/۴v_x$ است؛ بنابراین:

$$۱۰(۵ - ۰/۴v_x) = v_x \quad \Rightarrow \quad v_x = ۱۰ \text{ ولت}$$



شکل *۷-۲ مثال.

جریان $0{,}4 v_x$ در مقاومتهای ۲۰ اهمی و ۵ اهمی به ترتیب به نسبت ۱ و ۴ تقسیم می‌شود؛ پس:

$$v_{o2} = 20 \times \frac{1}{5} \times 0{,}4 v_x = 16 \text{ ولت}$$

بنابراین با استفاده از جمع آثار ولتاژ خروجی v_o به صورت زیر به دست می‌آید:

$$v_o = v_{o1} + v_{o2} = 8 + 16 = 24 \text{ ولت}$$

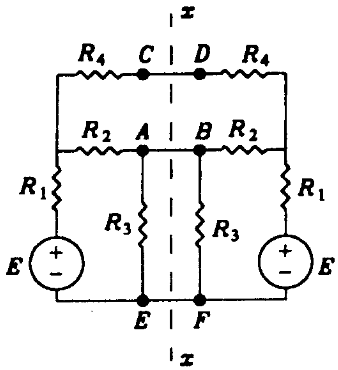
* ۸- استفاده از تقارن در حل مدارهای مقاومتی

بعضی مدارها ممکن است ساختار متقارن خاصی داشته باشند که تعیین ولتاژ یا جریان تعدادی از شاخه‌ها یا تعیین ولتاژ برخی از گره‌ها را به مراتب راحت‌تر می‌کنند. شناخت این تقارن و استفادهٔ مناسب از آن، تحلیل مدارهای متقارن را بسیار ساده می‌کند.

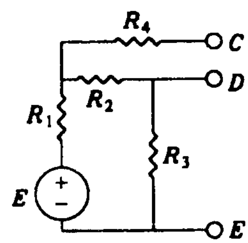
مثال ۱ مدار متقارن نشان داده شده در شکل(*۸-۱) را درنظربگیرید. این مدار نسبت به محور xx کاملاً متقارن است. با استفاده از تقارن، هر جریانی که در شاخهٔ AB در اثر منبع ولتاژ سمت راست حاصل می‌شود، جریان دیگری با همان مقدار، لیکن در جهت برعکس دراثر منبع ولتاژ سمت چپ حاصل می‌شود. بنابراین با استفاده از تقارن نتیجه می‌شود که جریان گذرنده از شاخهٔ AB صفر است. همین مطلب را می‌توان در مورد

شاخه‌های CD و EF نیز بیان کرد. بنابراین می‌توان این شاخه‌ها را حذف کرد و مدار را به دو قسمت متقارن تقسیم نمود که قسمت سمت چپ آن در شکل (*۸-۲) نشان داده شده است. بنابراین از مقاومت $R_۴$ جریانی عبور نمی‌کند و جریان گذرنده از مقاومتهای $R_۱$، $R_۲$ و $R_۳$ برابر و مساوی $\dfrac{E}{R_۱+R_۲+R_۳}$ خواهد بود.

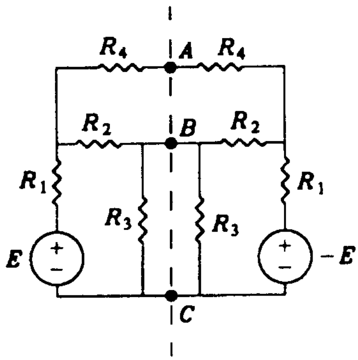
اکنون فرض کنید که جهت یکی از منابع را تعویض کنیم و مدار را به صورت شکل (*۸-۳) درآوریم. بدیهی است، اگر اثر منبع ولتاژ E روی ولتاژ گره نقطهٔ A واقع بر محور تقارن، برابر V باشد، اثر منبع ولتاژ $E-$ روی ولتاژ این گره برابر $V-$ بوده و بنابه



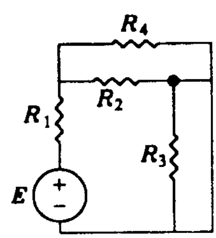
شکل *۸-۱



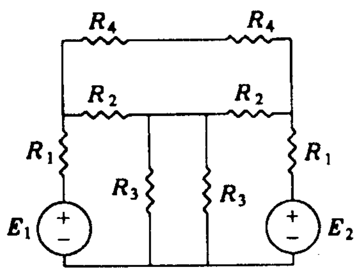
شکل *۸-۲



شکل *۸-۳



شکل *۸-۴



شکل *۸-۵

قضیهٔ جمع آثار ولتاژ گره A برابر صفر خواهد بود. همین مطلب را می‌توان در مورد گره‌های B و C واقع بر محور تقارن نیز بیان کرد. بنابراین نقاط A، B و C را می‌توان اتصال کوتاه کرد و مدار را به دو قسمت متقارن تقسیم نمود که قسمت چپ آن در شکل (*۸-۴) نشان داده شده است.

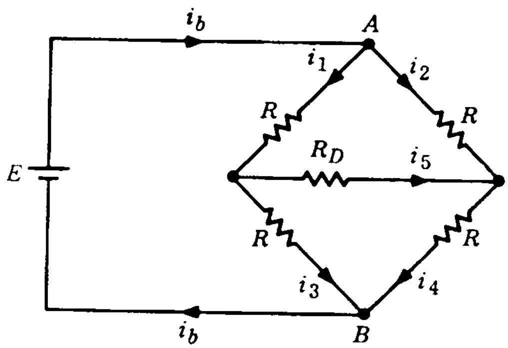
به این ترتیب مقاومت $R_۳$ اتصال کوتاه شده، جریان گذرنده از آن صفر می‌شود. مقاومتهای $R_۲$ و $R_۴$ با هم موازی و حاصل با مقاومت $R_۱$ سری می‌شود. پس جریان گذرنده از مقاومت $R_۱$ چنین می‌شود:

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2 \| R_4}$$

که در آن $R_2 \| R_4$ مقاومت اتصال موازی R_2 و R_4 بوده و برابر $\frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4}$ است. می‌توان با استفاده از تقسیم‌کنندهٔ جریان، جریان شاخه‌های R_2 و R_4 را نیز به راحتی به دست آورد.

اکنون بار دیگر مدار شکل (۸*-۱) را در نظر بگیرید. این بار منابع ولتاژ موجود در دو سمت مدار مطابق شکل (۸*-۵) کاملاً متفاوت هستند. با کمی تفکر می‌توان به‌جای E_1 مقدار $\frac{E_1 - E_2}{2} + \frac{E_1 + E_2}{2}$ و به‌جای E_2 مقدار $\frac{E_1 - E_2}{2} - \frac{E_1 + E_2}{2}$ قرار داد و با استفاده از جمع آثار، حل مسأله را به ترکیب دو حالت گفته شدهٔ قبل برگرداند و با استفاده از تقارن، جریان شاخه‌ها را به راحتی محاسبه نمود.

مثال ۲ مدار پل شکل (۸*-۶) را در نظر بگیرید و توجه کنید که به شکل یک اتصال سری- موازی نیست. فرض کنید که چهار مقاومت یکسان هستند. واضح است که به علت تقارن، جریان باتری i_b باید به طور مساوی در گره A و همچنین در گره B تقسیم شود. یعنی $i_1 = i_2 = i_b/2$ و $i_3 = i_4 = i_b/2$. در نتیجه i_5 باید صفر باشد.

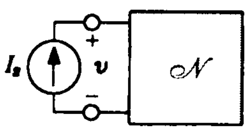


شکل ۸*-۶ مثال ۲: یک مدار پل متقارن.

تمرین دوازده مقاومت خطی هر یک با مقاومت R برروی یالهای یک مکعب چیده شده‌اند. در هر رأس مکعب، مقاومت‌ها به هم لحیم شده‌اند. دو گره‌ای که در دو رأس مقابل قطر مکعب قرار دارند، ① و ② نامیده‌می‌شوند. مقاومت معادل بین ① و ② چقدر است؟ (راهنمایی: پرسپکتیو مکعب را رسم کرده و با استفاده از بحث‌های تقارن، چگونگی تقسیم جریان در هر گره را تعیین کنید.)

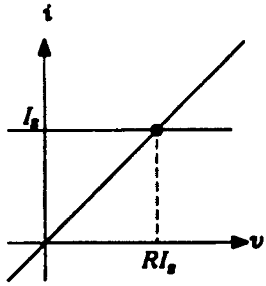
۹*- تعیین نقاط کار مدارهای غیرخطی

یک قطبی مقاومتی $\mathcal{N}$ نشان داده شده در شکل (۹*-۱) را در نظر بگیرید و فرض کنید که منبع جریان I_s را به دوسر آن وصل کنیم. می‌خواهیم ببینیم آیا می‌توان ولتاژ دوسر v را همواره و به طور یکتا تعیین کرد. برای روشن شدن موضوع، سه حالت زیر را در نظر بگیرید:



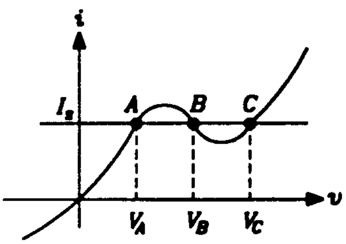
شکل ۹*-۱

حالت ۱ $\mathcal{N}$ از یک مقاومت خطی R تشکیل می‌شود. مشخصهٔ vi این مقاومت در شکل (۹*-۲) داده شده است. واضح است محل تلاقی این مشخصه با خط $i = I_s$ ولتاژ دوسر یک قطبی $\mathcal{N}$ را تعیین می‌کند و نقطهٔ I_s , RI_s را نقطهٔ کار یک قطبی $\mathcal{N}$ گویند.

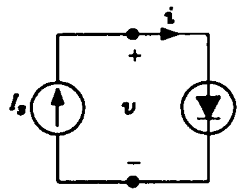


شکل *۹-۲

حالت ۲   فرض کنید $\mathcal{N}$ از یک دیود تونلی با مشخصهٔ داده شده در صفحهٔ vi مطابق شکل (*۹-۳ الف) تشکیل شود. ملاحظه می‌شود محل تلاقی خط $i = I_s$ با این مشخصه می‌تواند در نقاط A، B یا C در شکل (*۹-۳ ب) قرار گیرد و مدار می‌تواند سه نقطهٔ کار Q_1، Q_2 و Q_3 با مختصات $(V_A\ ,\ I_s)$، $(V_B\ ,\ I_s)$ و $(V_c\ ,\ I_s)$ داشته باشد. بنابراین مدارهای غیرخطی ممکن است دارای چند جواب و یا چند نقطهٔ کار باشند.

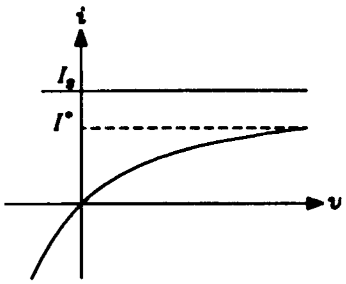


شکل *۹-۳ ب

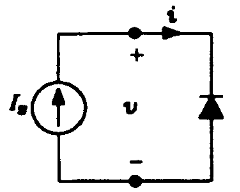


شکل *۹-۳ الف

حالت ۳   فرض کنید $\mathcal{N}$ از یک دیود پیوندی pn با مشخصهٔ داده شده در صفحهٔ vi مطابق شکل (*۹-۴



شکل *۹-۴ ب



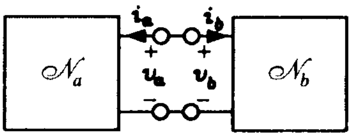
شکل *۹-۴ الف

الف) تشکیل شود. در این مدار دیود پیوندی به طور معکوس وصل شده است و چون جریان وصل شده I_s از جریان اشباع I^* بیشتر است پس طبق شکل (*۹-۴ ب) خط I_s منحنی مشخصهٔ دیود را قطع نمی‌کند و به عبارت دیگر چنین مداری، نقطهٔ کاری ندارد یعنی مدار غیرخطی فوق دارای جواب نمی‌باشد.

از بررسی سه حالت فوق ملاحظه می‌کنیم که یک مدار غیرخطی ممکن است دارای یک جواب (جواب یکتا)، چند جواب و یا هیچ جواب باشد و این یکی از تفاوت‌های اساسی رفتار مدارهای غیرخطی با مدارهای خطی است.

*۳-۱۰ تحلیل DC

منظور از تحلیل DC یک مدار تعیین نقاط کار آن مدار برای ورودی dc است که مفهوم مهمی در الکترونیک است. مفهوم اصلی تحلیل dc با مدار سادهٔ نشان داده شده در شکل (*۱۰-۱) تشریح می‌شود. فرض کنید دو مدار یک قطبی غیرخطی با مشخصه‌های:



شکل *۱۰-۱

$$f_a(v_a, i_a) = 0 \qquad , \qquad f_b(v_b, i_b) = 0$$

توصیف شوند و ما این دو یک قطبی را به صورت اتصال موازی به هم وصل کنیم. می‌خواهیم متغیرهای دوسر یک قطبی‌ها را بعد از اتصال تعیین کنیم. با استفاده از معادلات کیرشف در نقاط اتصال داریم:

$$i_a + i_b = 0$$

$$v_a = v_b$$

اگر متغیرهای دوسر یک قطبی‌های به هم پیوسته را مثلاً به صورت v و i درنظر بگیریم؛ داریم:

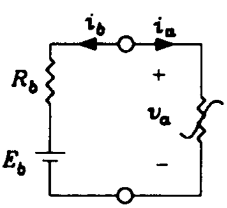
$$v = v_1 = v_2 \qquad\qquad i = i_a = -i_b$$

با قرار دادن این روابط در توصیف یک قطبی‌ها به دست می‌آوریم:

$$f_1(v, i) = 0 \qquad , \qquad f_2(v, -i) = 0$$

این دو رابطه دو معادلهٔ جبری غیرخطی برحسب v و i هستند که می‌توان آنها را با روشهای عددی، ترسیمی یا خطی تکه‌ای حل کرد و مقادیر v و i یعنی نقاط کار یک قطبی‌های به‌هم پیوسته را تعیین کرد.

مثال فرض کنید یک قطبی مقاومتی $\mathcal{N}_a$ کنترل شده با ولتاژ به صورت $f_a(v_a, i_a) = i_a - 4v_a^2 = 0$ و یک قطبی مقاومتی $\mathcal{N}_b$ اتصال سری یک منبع ولتاژ dc و یک مقاومت خطی R_b مانند شکل (*۱۰-۲) باشد. در این صورت داریم:



شکل *۱۰-۲

$$f_b(v_b, i_b) = v_b - R_b i_b - E_b = 0$$

با در نظر گرفتن $v = v_a = v_b$ و $i = i_a = -i_b$ دو معادلهٔ دو مجهولی زیر را به دست می‌آوریم:

$$i = ۴v^۲$$
$$v + R_b i - E_b = ۰$$

که با حذف i به دست می‌آوریم:

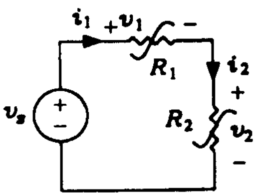
$$۴R_b v^۲ + v - E_b = ۰$$

در حالت خاص $E_b = ۲\,V$ و $R_b = \frac{۱}{۴}\,\Omega$ معادله به صورت $v^۲ + v - ۲ = ۰$ درمی‌آید که دارای جوابهای $v = ۱, -۲$ می‌باشد که به ترتیب مقادیر $i = ۴, ۱۶$ را به دست می‌دهد. بنابراین یک قطبی‌های به هم وصل شدهٔ موازی دارای دو نقطهٔ کار $Q_۱ = \left| \begin{matrix} ۱ \\ ۴ \end{matrix} \right.$ و $Q_۲ = \left| \begin{matrix} -۲ \\ ۱۶ \end{matrix} \right.$ است.

در عمل کمتر مسائل غیرخطی پیش می‌آیند که به طور تحلیلی قابل حل باشند. دراین گونه موارد از روشهای ترسیمی استفاده می‌شود. می‌توان مشخصهٔ یک قطبی $f_a(v_a, i_a) = f_a(v, i)$ را در صفحهٔ iv رسم کرد و مشخصهٔ یک قطبی $f_b(v_b, i_b)$ را با توجه به محدودیت اتصال به صورت $f_b(v, -i)$ در همان صفحه رسم نمود. نقاط تلاقی این دو مشخصه، نقاط کار مورد نظر را به دست خواهند داد.

*۱۱- مشخصهٔ انتقال

مدار نشان داده شده در شکل (*۱۱-۱) را که در آن دو مقاومت غیرخطی کنترل شده با جریان با مشخصه‌های $v_۱ = f_۱(i_۱)$ و $v_۲ = f_۲(i_۲)$ به طور سری با منبع ولتاژ v_s وصل شده‌اند، درنظر بگیرید. اگر منبع ولتاژ را به صورت ورودی و ولتاژ $v_۲$ را به صورت خروجی در نظر بگیریم؛ توصیف $v_۲$ برحسب تابعی از v_s را مشخصهٔ انتقال این مدار گویند که گاهی اوقات به صورت تحلیلی محاسبه و گاهی اوقات به صورت ترسیمی نمایش داده می‌شود. در مدار شکل (*۱۱-۱) داریم:



شکل *۱۱-۱

$$v_s = v_۱ + v_۲ = f_۱(i_۱) + f_۲(i_۲) = f_۱(i) + f_۲(i) = f(i)$$
$$v_۲ = f_۲(i_۲) = f_۲(i)$$

معادلات $v_s = f(i)$ و $v_۲ = f_۲(i)$ معادلات پارامتری مشخصهٔ انتقال مطلوب است. چنانچه بتوان پارامتر i را بین این دو معادله حذف نمود مشخصهٔ انتقال به صورت تحلیلی به دست می‌آید. در صورتی که حذف پارامتر i امکان‌پذیر نباشد، با در نظر گرفتن مقادیر مختلف برای i و محاسبهٔ v_s و $v_۲$ به ازای آنها، می‌توان مشخصهٔ انتقال را به صورت یک منحنی در صفحهٔ $v_s v_۲$ به صورت ترسیمی به دست آورد.

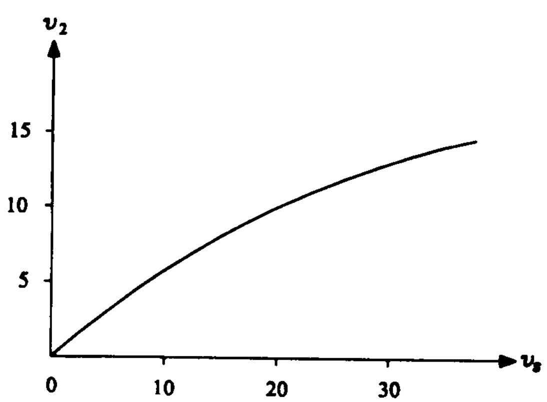
مثال فرض کنید $v_۱ = f_۱(i_۱) = i_۱ + i_۱^۳$ و $v_۲ = f_۲(i_۲) = i_۲ + ۲i_۲^۲$. می‌خواهیم مشخصهٔ انتقال $v_۲$ نسبت به v_s را به دست آوریم:

$$v_s = f_۱(i_۱) + f_۲(i_۲) = f(i) = i^۳ + ۲i^۲ + ۲i$$
$$v_۲ = ۲i^۲ + i$$

چون حذف i بین این دو معادله به راحتی امکان‌پذیر نیست، مشخصهٔ انتقال را به صورت ترسیمی به دست می‌آوریم. برای این منظور چند مقدار برای i در نظر گرفته و مقادیر متناظر v_s و v_2 را به دست می‌آوریم. این مقادیر در جدول زیر نشان داده شده‌اند:

i	۰	۰/۵	۱	۱/۵	۲	۲/۵	۳
v_s	۰	۱/۶۲۵	۵	۱۰/۸۷۵	۲۰	۳۳/۱۲۵	۱۰۵
v_2	۰	۱	۳	۶	۱۰	۱۵	۲۱

مشخصهٔ انتقال v_2 برحسب v_s به طور ترسیمی در شکل (*۱۱-۲) نشان داده شده است.



شکل *۱۱-۲ مشخصهٔ انتقال v_2 برحسب v_s.

*-۱۲ آشنایی با نرم‌افزار اسپایس در حل مدارهای الکتریکی

واژهٔ Spice ترکیبی از حروف اول کلمات Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis است که نشان دهندهٔ نرم‌افزاری برای تحلیل و طراحی مدارهای مجتمع الکترونیکی می‌باشد. این نرم‌افزار مهندسان برق را قادر می‌سازد تا مدارهای مورد نظر خود را برروی کامپیوتر شبیه‌سازی کرده، عملکردهای مختلف مدار را قبل از ساخت فیزیکی آن بررسی کنند. از آنجایی که تحلیل هر مدار الکترونیکی، مستلزم محاسبهٔ نقطهٔ کار و تحلیل dc آن مدار است، از این‌رو نرم‌افزار اسپایس امکان راحتی برای حل مدارهای الکتریکی فراهم می‌آورد. هدف ما دراین بخش ارائهٔ نکات مهم و مطالب اساسی این نرم‌افزار است تا دانشجویان بتوانند برای یادگیری بیشتر و بهتر مدارهای الکتریکی از امکانات این نرم‌افزار استفاده نمایند و تحلیل و طراحی مدارهای مختلف را با آن تجربه کنند.

نرم‌افزار اسپایس براساس شکل خاصی از روش تحلیل گره، یعنی تحلیل اصلاح شدهٔ گره نوشته شده است و جهت استفاده از آن لازم است ساختار مدار، نوع عناصر و مقادیر آنها را قبلاً در فایلی آماده کرده، سپس این فایل را وارد کامپیوتر نمود و با فراخوانی برنامه و اجرای آن، نتایج مورد نظر را به دست آورد. برای

درک و یادگیری خواص و تحلیل مدارهای الکتریکی هر دانشجوی مهندسی برق باید قادر باشد با به‌کار گرفتن روشهای تحلیل ارائه شده دراین درس، هر مدار داده شده را تحلیل کرده و به خواص آن پی ببرد. با بزرگتر شدن ابعاد مدار و با افزایش تعداد عناصر به‌کار رفته در ساختار مدار، حجم محاسبات ریاضی لازم برای تحلیل دستی این مدارها آنچنان پیچیده می‌شود که اغلب از حوصله و توانایی هر فرد خارج می‌گردد. در چنین مواردی منطقی است که جهت کاستن از زحمت و وقت محاسبات به سوی کامپیوترهای دیجیتال روی بیاوریم.

برنامه‌های کامپیوتری کوچک و بزرگ متعددی دراین زمینه وجود دارد که متداول‌ترین آنها نرم‌افزار Spice است که در بیشتر کامپیوترهای بزرگ در دسترس می‌باشد. صورت خاصی از این نرم‌افزار به‌نام PSpice برای کامپیوترهای شخصی طراحی شده و مورد استفادهٔ آموزشی دانشجویان قرار می‌گیرد.

*-۱۲-۱ توضیحات کلی

روش کلی استفادهٔ از Spice شامل سه مرحله است: در مرحلهٔ اول یک فایل منبع ایجاد می‌کنیم که شامل اطلاعات ساختاری مدار و نوع تحلیلی که باید صورت بگیرد و همچنین خروجی‌های مورد نظری که باید چاپ شوند، می‌باشد. در مرحلهٔ دوم فایل منبع را وارد کامپیوتر می‌کنیم که موجب اجرای برنامه شده و فایل خروجی را به وجود می‌آورد. مرحلهٔ سوم چاپ نتایج یا رسم منحنی‌ها از روی فایل خروجی است. خط اول هر فایل منبع، دستور عنوان است که هیچ کار محاسباتی انجام نمی‌دهد و به صورت عنوان به کار گرفته می‌شود. سطر آخر فایل منبع، دستور END. است که علامت "." نیز جزء دستور است. قبل از آنکه نحوهٔ ایجاد فایل منبع مورد بحث قرار گیرد، توضیحات کلی سودمندی در مورد فرمت Spice به شرح زیر ارائه می‌گردد:

۱ـ فرمت ورودی، یک فرمت با نوع دلخواه است. میدان‌ها توسط یک یا چند فاصله خالی یا کاما از هم جدا می‌شوند. فاصله‌های خالی اضافی، در نظر گرفته نمی‌شوند.

۲ـ محتوای یک سطر را می‌توان در صورت لزوم در سطر بعدی ادامه داد، که دراین صورت یک علامت + در ستون اول سطر بعدی قرار داده می‌شود. اسپایس خواندن مطالب را از ستون دوم آغاز می‌کند.

۳ـ هر میدان نام، باید با یک حرف (از A تا Z) شروع شود و می‌توان حداکثر ۸ علامت حرفی یا عددی در میدان قرار داد.

۴ـ یک میدان عددی می‌تواند یک میدان صحیح مانند (8- , 12 , 4) یا یک میدان اعشاری مانند (2.5 , 3.14 , -1.414) باشد. یک میدان صحیح یا اعشاری می‌تواند با یک توان صحیح دنبال شود مانند (2.136E3 , 7E-6).

۵ـ جهت سهولت نمایش اعداد بزرگ یا اعداد کوچک، ضرایب تغییر مقیاس به صورت نمادهای حرفی

مانند K , M , N به کار می‌روند که به صورت پسوندی به دنبال اعداد نوشته می‌شوند. مفهوم واقعی این پسوندها در جدول ۱ نشان داده شده است. مثلاً 2M یا 2G بـه تـرتیب نشـان دهـندهٔ 2×10^{-3} و 2×10^{9} می‌باشند. اگر علاوه بر نمادهای تغییر مقیاس ذکر شده در جدول ۱، حروف دیگری نیز به دنبال کمیت‌های عددی قرار داده شوند، این حروف نادیده گرفته می‌شوند؛ مثلاً اعداد 2 , 2V , 2A , 2OHM که نشان دهندهٔ عدد 2 هستند. ضمن اینکه اعداد 2M , 2MA , 2MOHM همگی نشان دهـندهٔ عـدد 2×10^{-3} هستند.

جدول ۱ـ ضرایب تغییر مقیاس به کار رفته در Spice

نام	نماد	صورت نمایی	مثال	مقدار
فِمتو	F	1E − 15	12.2F	12.2×10^{-15}
پیکو	P	1E − 12	150 PF	150×10^{-12}
نانو	N	1E − 9	1.2 Ns	1.2×10^{-9}
میکرو	U	1E − 6	18 UF	18×10^{-6}
میلی	M	1E − 3	2.3 MSec	2.3×10^{-3}
کیلو	K	1E + 3	7 KOHM	7×10^{3}
مِگا	MEG	1E + 6	1.6 MHZ	1.6×10^{6}
گیگا	G	1E + 9	2.3 GHZ	2.3×10^{9}
تِرا	T	1E + 12	3.5 THZ	3.5×10^{12}

۶ـ علامت * در ستون اول به منزلهٔ توضیح است. دستورهایی که علامت اول آنها * باشد جنبهٔ توضیحی داشته و توسط Spice هیچ کاری روی آنها انجام نمی‌گیرد. چنین توضیحاتی برای روشـن شـدن بـرنامه، نوشته می‌شوند و می‌توانند در هر جای برنامه قرار داده شوند.

* ۳-۱۲-۲ استفاده از Spice در برنامهٔ تحلیل مدار

۱ـ از آن جایی که اسپایس برمبنای روش تحلیل اصلاح شدهٔ گره عمل می‌کند، بنابراین ابتدا تمام گره‌های مدار را شماره‌گذاری می‌کنیم. لازم نیست شماره‌ها متوالی باشند، ولی عادت براین است کـه بـه گـره مـبنا شمارهٔ 0 داده می‌شود. وقتی تمام گره‌ها شماره‌گذاری شد، مدار با مشخص کردن هر عنصری که بین گره‌های آن وصل است، به صورت کامل توصیف می‌شود.

۲ـ ولتاژ هر گره دلخواه N به صورت V(N) نوشته می‌شود.

۳ـ محتوای هر شاخه با دستور مشخص‌سازی شاخه تعیین می‌شود که دارای سه میدان است. یکی برای نام عنصر، دیگری گره‌هایی که عنصر به آنها وصل است که ترتیب، در آنها مهم است. گره اول به عنوان گرهی با

علامت مثبت تلقی می‌شود. میدان سوم شامل مقدار عنصر است.

۴ـ حرف اول نام عنصر، نوع عنصر را برای برنامه مشخص می‌کند و باید یکی از حروف زیر باشد:

R مقاومت

V منبع ولتاژ

I منبع جریان

E منبع ولتاژ کنترل شده با ولتاژ

F منبع جریان کنترل شده با جریان

G منبع جریان کنترل شده با ولتاژ

H منبع ولتاژ کنترل شده با جریان

نام هر عنصر می‌تواند حداکثر ۸ کاراکتر داشته باشد، که ممکن است حروف یا اعداد باشند، اما کاراکتر اول باید یکی از حروف بالا باشد.

۵ـ نام گره‌هایی که عنصر به آن وصل است، در میدان دوم داده می‌شود. مثلاً:

R56 N1 N2

مقاومتی را نشان می‌دهد که بین گره‌های N1 و N2 وصل است و فرض می‌شود ولتاژ N1 علامت مثبت دارد.

۶ـ مقدار عنصر در میدان سوم داده می‌شود و می‌تواند عدد صحیح یا اعشاری یا توان‌دار باشد. مثلاً:

R56 N1 N2 12.5

۷ـ در حالت کلی مشخص‌سازی داریم:

Rxxx	N1	N2	r	
Vxxx	N1	N2	DC	VS
Ixxx	N1	N2	DC	IS

در مورد منابع، گرهی که نام آن، اول برده شده است، گره با علامت مثبت در نظر گرفته می‌شود. (در مورد منابع نابستهٔ ولتاژ و جریان، باید نوع منبع یعنی DC یا AC مشخص شود. اگر AC باشد، باید اندازه و زاویهٔ فاز آن نیز داده شود.)

۸ـ در مورد منابع، می‌توان ترتیب گره‌های دوسر را برعکس کرد و مقدار عنصر را در یک منفی ضرب نمود.

Vxxx N2 N1 DC − VS

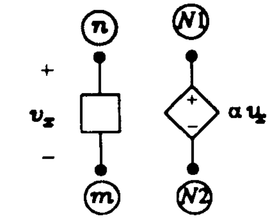
Ixxx N2 N1 DC − IS

۹ـ برنامهٔ اسپایس علاوه بر ولتاژ تمام گره‌ها، جریان گذرنده از منابع ولتاژ نابسته را نیز تعیین و در اختیار می‌گذارد. بنابراین جریان گذرنده از یک منبع ولتاژ نابسته را می‌توان به عنوان جواب درخواست نمود و به صورت I(Vxxx) نوشت. دراین صورت جریانی که از گره N1 به گره N2 در منبع ولتاژ Vxxx جاری

می‌شود، به دست خواهد آمد.

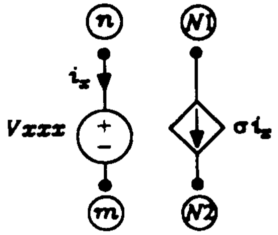
۱۰ـ فرمت دستور شاخه برای منابع کنترل شده با توجه به شکل‌های زیر چنین است:

منبع ولتاژ کنترل شده با ولتاژ



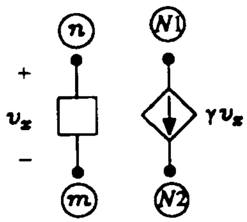
Exxx N1 N2 n m α

منبع جریان کنترل شده با جریان



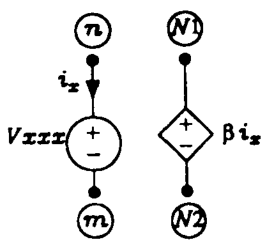
Fxxx N1 N2 Vxxx σ

منبع جریان کنترل شده با ولتاژ



Gxxx N1 N2 n m γ

منبع ولتاژ کنترل شده با جریان



Hxxx N1 N2 Vxxx β

توجه کنید وقتی که متغیر کنترل کننده، جریان شاخه باشد؛ جریان باید جریان گذرنده از یک منبع ولتاژ نابسته باشد و اگر چنین منبعی موجود نباشد، منبع ولتاژ ساختگی Vxxx را با مقدار صفر در نظر می‌گیریم.

۱۱ـ دستور اول هر برنامهٔ Spice باید دستور تیتر یا عنوان باشد. این دستور می‌تواند هدف اجرای برنامه را نشان دهد. این دستور در خروجی عیناً چاپ خواهد شد.

۱۲ـ دستورهای توضیح می‌توانند در هر جای برنامه قرار داده شوند. هر دستوری که با * در ستون اول شروع می‌شود، دستور توضیح است. این دستورها توسط برنامه اجرا نمی‌شوند ولی در لیست برنامه چاپ می‌شوند. اگر بخواهیم دستوری را به طور موقت از برنامه حذف کنیم یک علامت * جلوی آن قرار می‌دهیم.

۱۳- **دستور کنترل جواب یا دستور مشخص‌سازی خروجی:** یکی از این دستورها چنین است:

.DC SNAME VSTART VSTOP VINCR

در اینجا SNAME نام منبع ولتاژ یا منبع جریان نابسته‌ای است که مقدار آن از VSTART شروع شده و هر بار به مقدار VINCR به آن اضافه می‌شود (اگر چنین بخواهیم) تا به VSTOP برسد. اگر حلقهٔ تکراری مورد نظر نباشد، قرار دهید: VSTOP = VSTART و VINCR = 1. مثلاً:

.DC V12 3 3 1

یعنی مدار فقط یک‌بار با قرار دادن منبع V12 برابر ۳ ولت، حل خواهد شد. توجه کنید که این دستور فقط برای منابع ولتاژ یا جریان نابسته است.

در یک تحلیل اگر لازم باشد دو منبع، هریک از مقدار اولیه‌ای شروع و به مقدار نهایی ختم شوند و هر یک نموی داشته باشند و به‌ازای هر مقدار منبع اول، تمام مقادیر منبع دوم مورد محاسبه قرار گیرند، از دستور کنترل DC. استفاده می‌شود. در این صورت دستور کنترل DC. شامل ۹ میدان خواهد بود. میدان اول برای مشخص کردن DC. و نوع تحلیل، چهار میدان بعد برای مشخص کردن منبع اول و چهار میدان بعد برای مشخص کردن منبع دوم. اغلب از این توانایی برای رسم مشخصه‌های خروجی قطعات نیمه‌هادی استفاده می‌شود.

.DC SR1 START1 STOP1 INCR1 SR2 START2 STOP2 INCR2

به ازای هر مقدار متغیر دوم، متغیر اول تمام مقادیر خود را از START1 تا STOP1 پیش می‌برد.

۱۴- اگر دستور DC. نوشته نشود، ولتاژ تمام گره‌ها چاپ خواهد شد.

۱۵- اگر به جای دستور DC. دستور OP. نوشته شود، ولتاژ تمام گره‌ها $V(N_i)$ نسبت به گره مبنا همراه با جریان گذرنده از منابع ولتاژ آنها چاپ خواهد شد. OP نشان دهندهٔ *Operating Point* یا نقطهٔ کار است.

۱۶- در مدارهای بزرگ تنها به مقدار چند متغیر جواب علاقه‌مندیم؛ از این‌رو بهتر است دستور DC. قرار داده شود و فقط مقادیری که مورد نظر است، درخواست شود.

۱۷- **دستور مشخص‌سازی خروجی یا دستور چاپ** چنین است:

.PRINT DC OV1 OV2 ...

که در آن OV1 ، OV2 ، ... متغیرهای مطلوبی هستند که باید مقدار آنها چاپ شوند. ولتاژ گره‌ها به صورت V(N1) ، V(N2) ، ... و ولتاژ شاخه‌ها به صورت V(N1, N2) در نظر گرفته می‌شوند. جریان منابع ولتاژ به صورت I(Vxxx) نوشته می‌شود که در آن Vxxx نام منبع ولتاژ نابسته است.

۱۸- برای تعیین جریان یک شاخه، منبع ولتاژی با مقدار صفر در آن قرار می‌دهیم و چنین تعریف می‌کنیم:

Vxxx N1 N2

نیازی به تعیین مقدار صفر برای این منبع نیست. اگر مقدار منبع داده نشود، خود برنامه مقدار آن را صفر در

نظر می‌گیرد (*Default*). بنابراین جریان این منبع یعنی I(Vxxx) همان جریان شاخهٔ مطلوب خواهد بود که در دسترس قرار می‌گیرد.

۱۹ـ اگر مقدار منبعی در ورودی تغییر داده شود (به کمک دستور DC.) می‌توان خروجی متناظر را با استفاده از دستور PLOT. رسم کرد.

.PLOT DC OV1 OV2 ...

که دراین حالت مقادیر OV1 ، OV2 ، ... برحسب تغییر مقادیر ورودی رسم خواهند شد.

۲۰ـ دستور آخر هر برنامهٔ اسپایس END. است که به صورت:

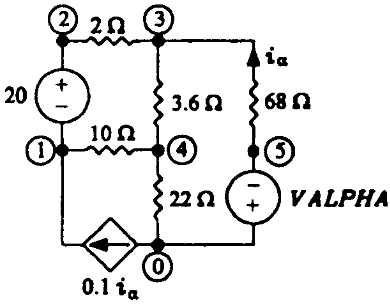
.END

نوشته می‌شود.

۲۱ـ به‌جز سطر تیتر، تعریف زیرمدارها، دستور OP. و دستور END.، ترتیب بقیهٔ دستورها کاملاً دلخواه است.

مثال ۱ مدار نشان داده شده در شکل (*۱۲-۱) را با استفاده از اسپایس تحلیل کنید.

ابتدا گره‌ها را شماره‌گذاری می‌کنیم. برای مشخص کردن جریان i_α که منبع جریان وابسته را کنترل می‌کند از یک منبع ولتاژ با نام VALPHA با مقدار صفر استفاده می‌کنیم. این منبع ولتاژ در شاخه‌ای که جریان i_α ، جریان دارد اضافه شده است. دستورهای زیر، ساختار مدار و مقادیر هر عنصر را کاملاً مشخص می‌کنند.



شکل *۱۲-۱

```
Example of simple DC problem.
F1        0    1    VALPHA   0.1
VALPHA    0    5    DC       0
V1        2    1    DC       20
R1        1    4    10
R2        4    0    22
R3        2    3    2
R4       .3    4    3.6
R5        3    5    68
.END
```

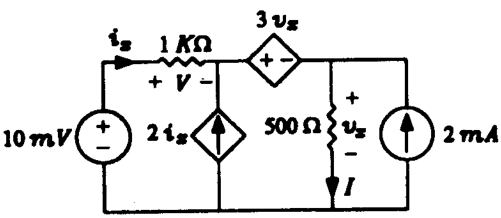
خروجی برنامه به صورت زیر خواهد بود:

NODE	VOLTAGE	NODE	VOLTAGE	NODE	VOLTAGE	NODE	VOLTAGE
(1)	−14.1230	(2)	5.8770	(3)	3.2967	(4)	−1.1732
(5)	0.0000						

```
VOLTAGE SOURCE CURRENTS
NAME       CURRENT
VALPHA       -4.848E-02
Vl         -1.290E+00
TOTAL POWER DISSIPATION    2.58E+01   WATTS
```

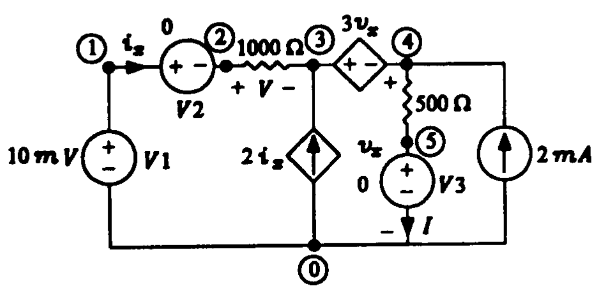
توجه کنید که توان **تلف شده توان خالصی است که توسط منابع ولتاژ نابسته ایجاد می‌شود.** اگر یک منبع وابسته یا یک منبع جریان، توانی ایجاد کند، مقدار آن منظور نمی‌شود. توانی که منبع ۲۰ ولتی ایجاد می‌کند، ۲۵٫۸ وات است. توانی که در مقاومت‌ها تلف می‌شود، ۲۵٫۸۷ وات است. اختلاف این دو، یعنی ۰٫۰۷ وات، توانی است که توسط منبع جریان کنترل شده با جریان تولید می‌شود.

مثال ۲ اکنون فرض کنید که می‌خواهیم مدار نشان داده شده در شکل (*۱۲-۲ الف) را با اسپایس تحلیل کنیم که در آن I جریان گذرنده از مقاومت ۵۰۰ اهمی و V ولتاژ دوسر مقاومت ۱kΩ، متغیرهای خروجی مطلوب می‌باشند.



شکل *۱۲-۲ الف

متغیر کنترل کننده برای منبع جریان کنترل شده با جریان، یک منبع ولتاژ صفر ولتی است که به طور سری در شاخه‌ای که جریان کنترل کننده وجود دارد، قرار داده می‌شود. به علامت مثبت منبع ولتاژ صفر ولتی نسبت به جهت جریان i_x توجه کنید. این منبع را با **V2** نشان می‌دهیم. منبع ولتاژ صفر ولتی V3 برای در دسترس قرار دادن جریان مورد نظر I به کار رفته است. پس از شماره گذاری شاخه‌ها، مدار شکل (*۱۲-۲ ب) به دست می‌آید.



شکل *۱۲-۲ ب

دستورهای زیر ساختار مدار و مقدار هر عنصر را معرفی می‌نمایند. چون جهت i_x، جهت گذرنده از منبع نیست، بنابراین ناچار یک منبع دیگر تعریف کردیم.

```
A TYPICAL  EXAMPLE
V1     1     0     DC     10M
V2     1     2
R1     2     3     1K
F1     0     3     V2     2
E1     3     4     4      5     3
R2     4     5     500
V3     5     0
I1     0     4     DC     2E-3
.DC    V1    10M   10M    1
*THE CURRENT I IS I(V3)
*THE VOLTAGE V IS V(2, 3)
.PRINT     DC     I(V3)     V(2,3)
.END
```

با توجه به دستور DC. قرار داده شده دراین فایل، فقط مقدار متغیرهای مورد نظر چاپ می‌شود. بنابراین پس از اجرای این برنامه با اسپایس، جواب‌های زیر به دست می‌آیند:

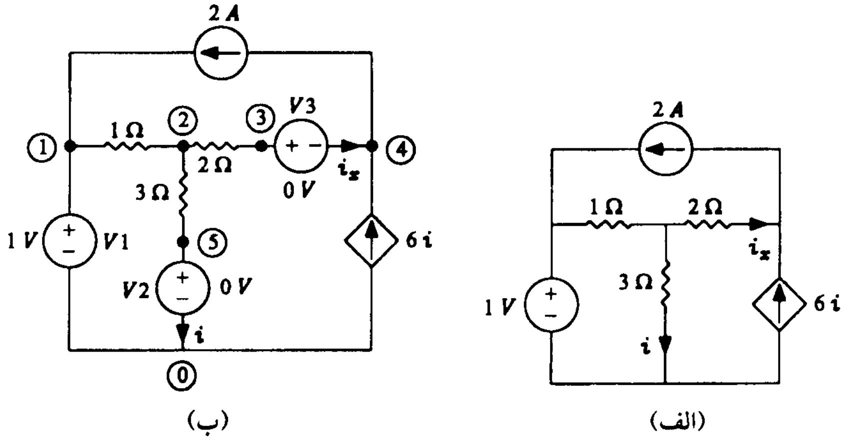
$$I(V3) = 2.900\ E-04$$

$$V(2,3) = -5.700\ E-01$$

مثال ۳ مدار شکل (*۱۲-۳ الف) را با استفاده از اسپایس حل کنید و i_x را به دست آورید.

با توجه به لزوم در اختیار داشتن جریان دو شاخه، دو منبع ولتاژ صفر ولتی متناظر آنها به مدار اضافه شده است. گره‌ها را به طور دلخواه شماره گذاری کرده‌ایم. مدار آمادهٔ تحلیل با اسپایس در شکل (*۱۲-۳ب) داده شده است. فایلی که این مدار را توصیف می‌کند، چنین است:

```
EXAMPLE 3
V1     1     0     DC     1
R1     1     2     1
R2     2     5     3
R3     2     3     2
I1     4     1     DC     2
V2     5     0
V3     3     4
F1     0     4     V2     6
.DC    V1    1     1      1
.PRINT     DC     I(V3)
.END
```



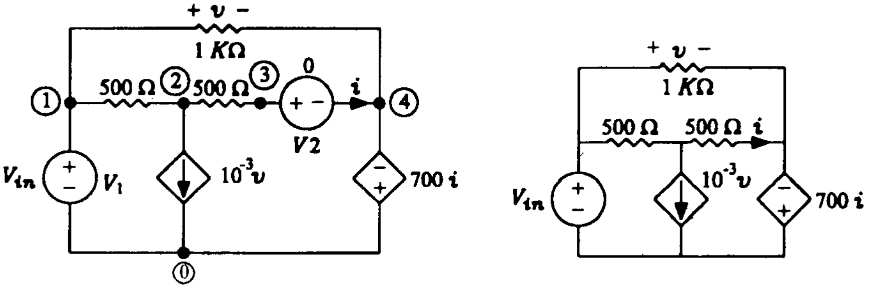
شکل *۱۲-۳ مثال ۳

جریان گذرنده از منبع ولتاژ صفر ولتی V2 متغیر کنترل کنندهٔ منبع جریان کنترل شده است. جریان گذرنده از منبع ولتاژ صفر ولتی V3 جریان مورد نظر i_x است. V1 از مقدار اولیهٔ ۱ ولت به مقدار نهایی ۱ ولت با نمو ۱ ولت برده می‌شود. می‌توانستیم این دستور را با دستور OP. که ولتاژ تمام گره‌ها و جریان تمام منابع ولتاژ را چاپ می‌کند، جایگزین کنیم. اما این دستور، بیشتر از آنچه که مورد نیاز است، خروجی می‌دهد. نتیجهٔ به دست آمده از اسپایس چنین است:

$$i_x = \mathrm{I(V3)} = -1.000$$

اگر مقدار منبع خاصی در یک مدار تغییر کند، می‌توان اثر تغییرات خروجی را به راحتی با اسپایس محاسبه کرد. برای انجام این‌کار مقدار منبع را در دامنهٔ مشخص شده، با استفاده از دستور DC. تغییر می‌دهیم. مثال بعدی این‌کار را نشان می‌دهد.

مثال ٤ در مدار شکل (*۱۲-۴ الف) ولتاژ خروجی v را وقتی که منبع ولتاژ ورودی v_{in} از ۱۰ - ولت تا ۳۰ + ولت تغییر می‌کند، به دست آورید.

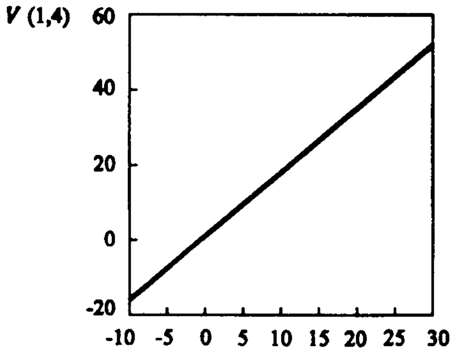


شکل *۱۲-۴ الف شکل *۱۲-۴ ب

برای مشخص کردن جریان کنترل کنندهٔ i از منبع ولتاژ صفر ولتی استفاده شده است. مدار مورد

تحلیل با اسپایس در شکل (*۱۲-۴ ب) داده شده است. فایلی که این مدار را توصیف می‌کند، چنین است:

```
EXAMPLE   4
V1      1     0     DC    1
R1      1     2     500
R2      2     3     500
R3      1     4     1K
V2      3     4
G1      2     0     1     4     1M
H1      0     4     V2    700
.DC     V1    -10   30    1
.PRINT  DC    V(1, 4)
.PLOT   DC    V(1, 4)
.END
```



شکل (*۱۲-۴ پ)

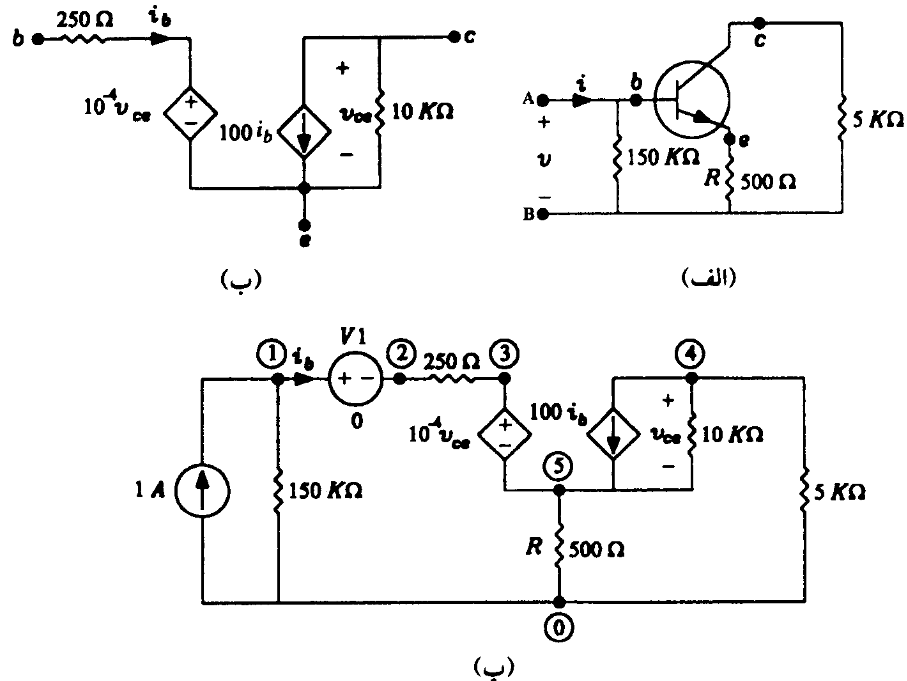
با استفاده از پروب PROBE موجود در اسپایس منحنی v به صورت نشان داده شده در شکل (*۱۲-۴ پ) رسم می‌شود. البته به دست آوردن این منحنی با دست خسته کننده است؛ لیکن اسپایس این کار را به سرعت انجام می‌دهد. دستور PRINT. تمام مقادیر ولتاژ خروجی را چاپ خواهد کرد.

تعیین مقاومت ورودی یک مدار به‌کمک اسپایس

به طوری که می‌دانیم برای تعیین مقاومت ورودی یک مدار، یک منبع جریان آزمایشی I_T را در دوسر آن قرار داده، ولتاژ V_T دوسر منبع جریان را محاسبه می‌کنیم. نسبت $\frac{V_T}{I_T}$ مقاومت دیده شده در سرهای مدار را به دست می‌دهد. اگر مقدار I_T را برابر ۱ در نظر بگیریم، مقدار V_T همان مقاومت ورودی خواهد بود. مثال ۵ این مطلب را نشان می‌دهد.

مثال ۵ مدار نشان داده شده در شکل (*۱۲-۵ الف) یک تقویت کنندهٔ ترانزیستوری بای‌پولار را نشان می‌دهد. مقاومت ورودی در سرهای A و B را حساب کنید.

ابتدا ترانزیستور بای‌پولار را با مدل خطی سیگنال کوچک آن مطابق شکل (*۱۲-۵ ب) جایگزین می‌کنیم. مدار معادل ترانزیستور از دو منبع کنترل شده و دو مقاومت تشکیل می‌شود. جریان کنترل کنندهٔ منبع جریان کنترل شده، برابر i_b است. با جایگزینی مدار معادل ترانزیستور بای‌پولار در شکل (*۱۲-۵الف) و شماره گذاری گره‌ها و معرفی منبع ولتاژ صفر ولتی V1 برای تعیین جریان i_b، مدار شکل (*۱۲-۵پ) را به دست می‌آوریم. فایلی که این مدار را توصیف می‌کند، چنین است:



شکل *۱۲–۵ مثال ۵.

```
EXAMPLE 5
I1      0    1     DC    1
R1      1    0     150K
V1      1    2
R2      2    3     250
R3      4    5     10K
R4      4    0     5K
R5      5    0     500
E1      3    5     4     5     1E-4
F1      4    5     V1    100
.DC     I1   1     1     1
.PRINT  DC   V(1)
.END
```

خروجی حاصل از اجرای این برنامه، ولتاژ گره ① خواهد بود که همان مقاومت ورودی در سرهای مدار شکل (*۱۲–۵ الف) است که چنین است:

$$R_{eq} = V(1) = 27020\ \Omega$$

تبصرهٔ ۱   می‌توان از اسپایس برای انجام کارهای طراحی به صورت محاسبات تکراری استفاده کرد؛ مثلاً

فرض کنید می‌خواهیم در مدار شکل (*۱۲-۵الف)، مقدار R را چنان تعیین کنیم که بـه ازای آن مـقاومت ورودی $R_{eq} = 5k\,\Omega$ باشد. با مراجعه به برنامهٔ بالا و کاهش R در هر تکرار، دنبالهٔ نتایج زیـر را بـه دست می‌آوریم:

مرحله	R	R_{eq}
1	500	2.702 E4
2	100	6.631 E3
3	50	3.505 E3
4	75	5.087 E3
5	74	5.025 E3
6	73	4.962 E3
7	73.5	4.994 E3

با انجام این تکرار به طور نسبتاً سریعی به مقدار $R = 73.5$ می‌رسیم، که مقدار $R_{eq} \cong 5k\,\Omega$ را بـه دست می‌دهد.

تبصرهٔ ۲ چون ولتاژ مدار باز میان هر دو گره دلخواه از هر مداری را می‌توان با استفاده از اسپایس تعیین کرد، و هم‌اکنون یاد گرفتیم که مقاومت دیده شده از هر دو سر هر مدار را نیز می‌توان با استفاده از اسپایس به دست آورد؛ بنابراین تعیین مدار معادل تونن دیده شده در هر دوسر دلخواه یک مدار به راحتی با استفاده از اسپایس انجام‌پذیر است. ضمن اینکه این کار را دستور دیگری به‌نام دستور TF. که هـم‌اکـنون شـرح داده خواهد شد، تعیین می‌کند.

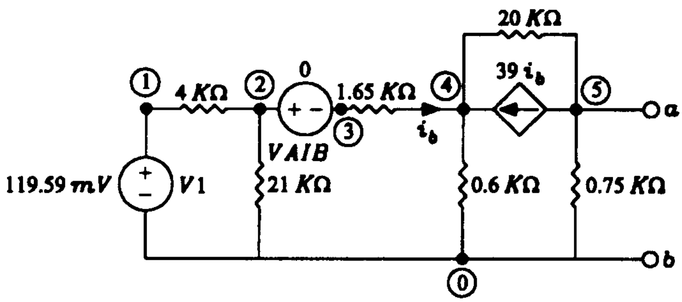
دستور کنترل TF.

منظور از TF تابع تبدیل یا Transfer Function است. این دستور نسبت متغیر خروجی به متغیر ورودی را به دست می‌دهد که به نام بهرهٔ تابع تبدیل گفته می‌شود. این دستور همچنین مقاومت ورودی نسبت بـه سرهای منبع ورودی، و مقاومت خروجی نسبت به سرهای عنصر خروجی را نیز به دست می‌دهد. شکـل کلی آن چنین است:

$$.\mathrm{TF}\quad \underbrace{\mathrm{OUTVAR}}_{\text{متغیر خروجی}}\quad \underbrace{\mathrm{INSRC}}_{\text{منبع ورودی}}$$

با در اختیار داشتن ولتاژ خروجی و مقاومت در سرهای خروجی می‌توان از این دستور کنترل برای تعیین مدار معادل تونن نسبت به سرهای مشخص شده استفاده کرد.

مثال ۶ مدار معادل تونن دیده شده در سرهای a و b مدار نشان داده شده در شکل (*۱۲-۶) را با استفاده از دستور کنترل TF. تعیین کنید.



شکل *۱۲-۶ مثال ۶.

با معرفی منبع ولتاژ صفر ولتی VAIB و شماره‌گذاری گره‌ها، فایلی که این مدار را توصیف می‌کند چنین است:

```
Example 6 finding THEVENIN equivalent with spice.
V1      1       0       DC      119.59 E-3
R1      1       2       4k
R2      2       0       21k
R3      3       4       1.65k
R4      4       0       0.6k
R5      4       5       20k
R6      5       0       0.75k
F1      5       4       VAIB    39
VAIB    2       3       DC      0
.TF     V(5, 0)         V1
.END
```

خروجی اسپایس به صورت زیر خواهد بود.

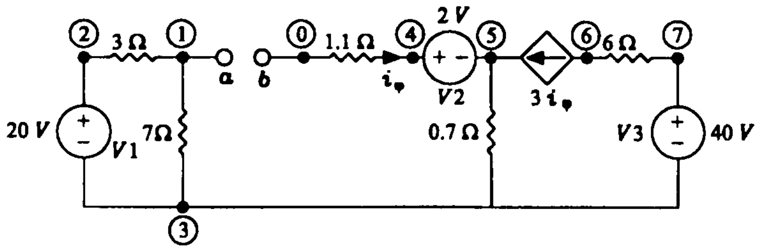
```
      NODE    VOLTAGE    NODE    VOLTAGE    NODE    VOLTAGE
       (1)     0.1196     (2)     0.0882     (3)     0.0882
       (4)     0.0822     (5)    -0.1000
**** SMALL-SIGNAL CHARACTERISTICS
      V(5, 0)/V1 = -8.359 E-01
      INPUT RESISTANCE AT  V1 = 1.523E+04
      OUTPUT RESISTANCE AT V(5, 0) = 7.446 E+02
```

یعنی مدار معادل تونن به صورت $e_{oc} = -99.96$ و $R_{th} = 744.6\ \Omega$ به دست می‌آید.

مثال ۷ با استفاده از اسپایس مدار معادل تونن را نسبت به سرهای a و b در مدار شکل (*۱۲-۷) به دست آورید.

توجه کنید i_φ جریان گذرنده از منبع ولتاژ ثابت است و بنابراین لازم نیست منبع ولتاژی با مقدار صفر معرفی شود. همچنین توجه کنید که فقط یک شاخه به گره b وصل است. **اسپایس لازم دارد که حداقل**

دو شاخه به هر گرهی وصل شوند. برای رفع این مشکل دو کار می‌توان انجام داد. یکی اینکه مقاومتی با مقدار زیاد میان گره b و هر گره دیگر وصل شود؛ مثلاً با مقدار 10^6، دوم اینکه خازنی میان گره b و هر گره دیگر وصل شود. خازن در تحلیل dc مانند مدار باز عمل می‌کند. دراین مثال، مقاومت $10^6\Omega$ را میان گره b و گره ③ وصل می‌کنیم.



شکل *۱۲-۷ مثال ۷.

توجه کنید که ما گره b را به عنوان گره مبنا انتخاب کرده‌ایم. بنابراین ولتاژ تونن قسمتی از خروجی مدار است. با استفاده از منبع ولتاژ ۲ ولتی V2، برای اندازه‌گیری جریان i_φ و شماره‌گذاری گره‌ها فایلی که مدار را توصیف می‌کند، چنین است:

```
EXAMPLE 7 finding THEVENIN equivalent
R1    1       2    3
R2    1       3    7
V1    2       3    DC    20
R3    0       4    1.1
R4    0       3    1E6
V2    4       5    DC    2
R5    5       3    0.7
F1    6       5    V2    3
R6    6       7    6
V3    7       3    DC    40
.TF   V(1, 0)      V1
.END
```

خروجی اسپایس به صورت زیر خواهد بود:

```
NODE   VOLTAGE      NODE   VOLTAGE    NODE   VOLTAGE
 (1)   12.0000       (2)   18.0000     (3)   - 2.0000
 (4)    2.200 E-06   (5)   - 2.0000    (6)    38.0000
 (7)   38.0000
**** SMALL-SIGNAL CHARACTERISTICS
     V(1, 0)/V1 = 7.000 E-01
     INPUT RESISTANCE AT V1 = 1.000 E+01
     OUTPUT RESISTANCE AT V(1, 0) = 6.0000 E+00
```

از این‌رو ولتاژ تونن، برابر ۱۴ ولت و مقاومت معادل تونن، ۶ اهم است.

دستور کنترل SENS.

حساسیت یک مفهوم مهم فیزیکی و مهندسی است که در بررسی و مقایسهٔ مدارها و سیستم‌ها می‌تواند نقش مهمی ایفا کند. در بسیاری از موارد روشهای مختلف طراحی به چند مدار متفاوت با مشخصه‌های خروجی یکسان منجر می‌شوند و یکی از مفاهیمی که در انتخاب یک طرح از میان چند طرح موجود مورد استفاده قرار می‌گیرد، مفهوم حساسیت است. منظور از حساسیت خروجی یک مدار نسبت به یک پارامتر، تعیین تغییرات خروجی به ازای تغییر جزیی آن پارامتر است.

دستور کنترل SENS. برای به دست آوردن حساسیتهای سیگنال کوچک dc هر متغیر خروجی مشخص نسبت به هر پارامتر مدار، به کار می‌رود. صورت کلی دستور تعیین حساسیت به کمک دستور کنترل SENS. چنین است:

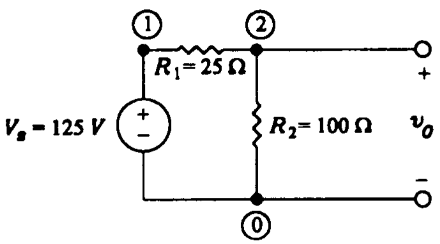
.SENS vname

که در آن vname نام متغیر مداری است (یا لیستی از نامهای متغیر مدار است) که نسبت به آن تحلیل حساسیت انجام می‌گیرد.

مثال ۸ مدار نشان داده شده در شکل (*۱۲-۸) یک تقسیم کنندهٔ ولتاژ است و می‌خواهیم حساسیت ولتاژ خروجی را نسبت به هر یک از پارامترهای مدار که همان مقاومتهای R_1، R_2 و منبع ولتاژ ورودی V_s هستند، تعیین کنیم.

پس از شماره‌گذاری گره‌ها فایلی که مدار را توصیف می‌کند، چنین است:

```
EXAMPLE OF SENSITIVITY  ANALYSIS
V1      1       0       DC      125
R1      1       2       25
R2      2       0       100
.SENS   V(2, 0)
.END
```



شکل *۱۲-۸ مثال ۸.

اسپایس مقادیر تحلیل dc و تحلیل حساسیت را باهم چاپ می‌کند.

DC SENSITIVITIES OF OUTPUT V(2 , 0)

Element name	*Element value*	*Element sensitivity (volts / unit)*	*Normalized sensitivity (volts / percent)*
R1	2.500 E 01	− 8.000 E − 01	−2.000 E − 01
R2	1.000 E 02	2.000 E − 01	2.000 E − 01
V1	1.250 E02	8.000 E − 01	1.000 E 00

ستون سوم نشان می‌دهد که اگر متغیر خاصی یک واحد تغییر کند، متغیر خروجی چقدر تغییر خواهد کرد. ستون چهارم نشان می‌دهد که اگر متغیر خاصی یک درصد تغییر کند، متغیر خروجی چند درصد تغییر خواهد کرد.

از تحلیل سادهٔ dc مدار به دست می‌آوریم: $v_\circ = V(2) = ۱۰۰$. این وقتی است که R1، R2 و V1 مقادیر نامی خود را بگیرند. از تحلیل داده‌های حساسیت، نتایج زیر حاصل می‌شود:

۱ـ اگر R1 یک اهم اضافه شود، v_o به مقدار ۰٫۸ ولت کاهش می‌یابد؛ یعنی $v_o = ۹۹٫۲$.

۲ـ اگر R1 یک درصد اضافه شود، v_o به مقدار ۰٫۲ کاهش می‌یابد؛ یعنی $v_o = ۹۹٫۸$.

۳ـ اگر R2 به مقدار یک اهم اضافه شود، v_o به مقدار ۰٫۲ اضافه می‌شود؛ یعنی $v_o = ۱۰۰٫۲$.

۴ـ اگر R2 به مقدار یک درصد اضافه شود، v_o به مقدار ۰٫۲ اضافه می‌شود؛ یعنی $v_o = ۱۰۰٫۲$.

۵ـ اگر V1 به مقدار یک ولت اضافه شود، v_o به مقدار ۰٫۸ ولت اضافه می‌شود؛ یعنی $v_o = ۱۰۰٫۸$.

۶ـ اگر V1 به مقدار یک درصد اضافه شود، v_o به مقدار ۱ ولت اضافه می‌شود؛ یعنی $v_o = ۱۰۱$.

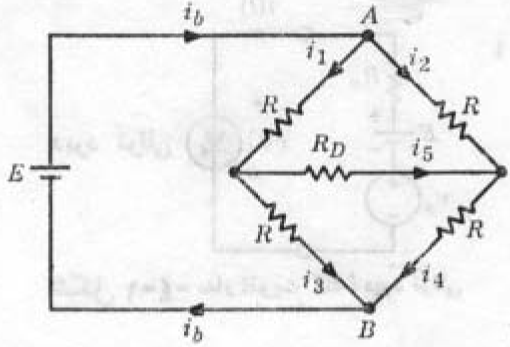
تبصره چون مدار خطی داریم **قضیهٔ جمع آثار** قابل اعمال است. بنابراین می‌توان اثرات همزمان آنها را با هم پیدا کرد. مثلاً اگر R1 به مقدار یک اهم افزایش و R2 به مقدار یک درصد کاهش و V1 به مقدار ۰٫۵ ولت افزایش یابد، اثرات آنها روی v_o چنین خواهد بود:

$$v_o = ۱۰۰ - ۰٫۸ - ۰٫۲ + ۰٫۴ = ۹۹٫۴$$

٤ – تجزیه و تحلیل سیگنال کوچک

چنانکه در بخش ۳ گفته شد، تجزیه و تحلیل مدارهای با مقاومتهای غیرخطی دشوار است. مشخصهٔ معادل اتصال سری‌ـ‌موازی مقاومتهای غیرخطی را به دست آوردیم و برای نشان دادن چگونگی محاسبهٔ تقسیم جریان در دو مقاومت غیرخطی موازی به معرفی یک مثال ساده پرداختیم. تجزیه و تحلیل کلی مدارهای ساخته شده از مقاومتهای غیرخطی از حدود برنامهٔ این کتاب خارج است. اگرچه در فصل ۱۸ بعضی حقایق اساسی مربوط به این مدارها پی‌ریزی خواهد شد.

یک فن ویژه و بسیار مهم در مهندسی، تجزیه و تحلیل سیگنال کوچک یک سیستم غیرخطی است. با یک مدار مقاومتی شامل یک دیود تونلی به تشریح ایدهٔ اساسی خواهیم پرداخت. در فصل ۱۷ هنگام بحث



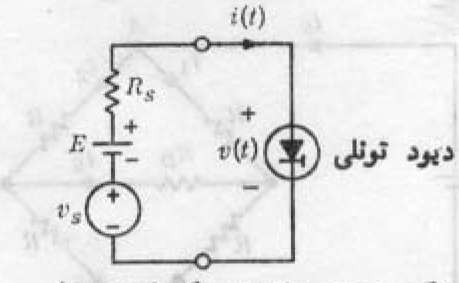
شکل ۶-۳- مثال ٤ : یک مدار پل متقارن .

٤- تجزیه تحلیل سیگنالهای کوچک

چنانکه در بخش پیش گفته شد،تجزیه وتحلیل مدارهای با مقاومت غیر خطی دشوار است. مشخصهٔ معادل اتصال سری - موازی مقاومتهای غیر خطی را بدست آوردیم و برای نشان دادن چگونگی محاسبهٔ توزیع جریان دومقاومت غیر خطی موازی به معرفی یک مثال ساده پرداختیم. تجزیه و تحلیل کلی مدارهای ساخته شده از مقاومتهای غیر خطی از حدود برنامهٔ این کتاب خارج است. اگرچه در فصل هیجدهم بعضی حقایق اساسی مربوط باین مدارها توسعه داده خواهد شد.

یک فن ویژه و بسیار مهم در مهندسی،تجزیه و تحلیل سیگنالهای کوچک یک سیستم غیر خطی است. با یک مدار مقاومتی شامل یک دیود تونلی به تشریح ایدهٔ اساسی خواهیم پرداخت. درفصل هفدهم هنگام بحث درمورد دوقطبی‌های غیر خطی، این مفهوم بیشتر مورد بحث قرار خواهد گرفت.

مثال مدار شکل(۱-٤)را درنظربگیرید که درآن یک دیود تونلی (یک مقاومت غیر خطی کنترل شده باولتاژ) بیک مقاومت خطی با مقاومت R_s و یک ورودی متشکل از یک منبع ولتاژ ثابت E و یک منبع **ولتاژ تغییر پذیر بازمان** $v_s(t)$ وصل شده است. در بحث کنونی فرض می‌شود که برای تمام مقادیر E ، t $\gg$ $| v_s(t) |$ ، که بدینمعنی است که ولتاژ **تغییر پذیر با زمان** درتمام لحظات (از نظر قدر مطلق) بمراتب کوچکترازمنبع dc است. درکاربردهای عملی منبع تغییر پذیر با زمان متناظر با سیگنال



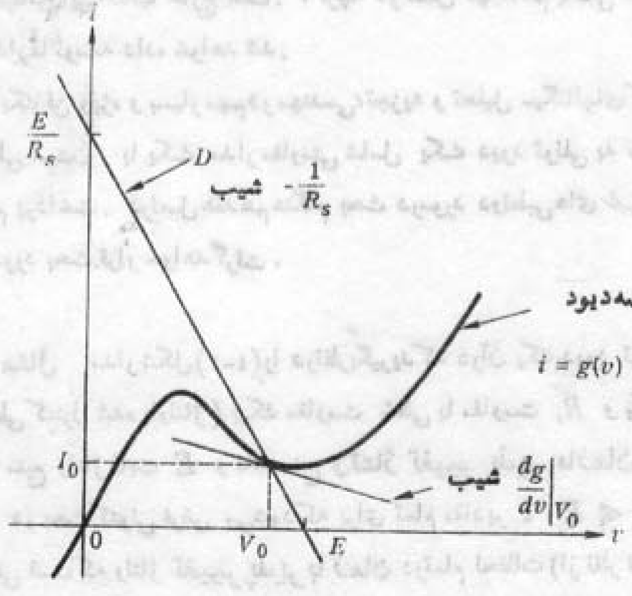
شکل ۱-٤- مدار تقویت کنندهٔ دیود تونلی

است و منبع dc بایاس نامیده میشود. مسأله تعیین ولتاژ $v(t)$ و جریان $i(t)$ برای دیود تونلی نشان‌داده شده در شکل (۱-٤) میباشد.

اکنون بااستفاده از قوانین کیرشف و معادلات شاخهٔ همهٔ عناصر در مدار، معادلات لازم را بدست میآوریم: ابتدا، KCL بیان میکند که از هرعنصر مدار شکل (۱-٤) جریان یکسان $i(t)$ میگذرد. سپس با بکار بردن KVL برای حلقه داریم:

$$E+v_s(t)=R_s i(t)+v(t)$$ برای تمام مقادیر t (٤-١)

گیریم که مشخصهٔ دیود تونلی با معادلهٔ زیر توصیف شود:



شکل ۲-٤- مشخصهٔ دیودتونلی و مشخصهٔ بقیه مدار

$$i=g(v) \qquad (٤-٢)$$

این مشخصهٔ درصفحه vi درشکل (٢-٤) رسم شده است با ترکیب (١-٤) و (٢-٤) داریم :

$$E+v_s(t)=R_s g[v(t)]+v(t) \quad \text{برای تمام مقادیر } t \qquad (٤-٣)$$

این معادله‌ایست که در آن $v(t)$ تنها مجهول است و چون برای تمام مقادیر t برقرار است ، پس معادله (٣-٤) بایستی برای هرمقدار t حل شود و تابع مجهول $v(\cdot)$ نقطه به نقطه پیدا شود.

قبل از اقدام به حل (٣-٤) از این حقیقت که ورودی مجموع دو جمله یعنی منبع dc با ولتاژ E و منبع تغییرپذیر بازمان $v_s(t)$ است استفاده میکنیم. با درنظر گرفتن فقط منبع dc درمرحلهٔ اول مسئله را میتوان آسانتر حل کرد. پس از پیدا کردن جواب dc مسأله ، منبع تغییر پذیر بازمان‌را درنظر میگیریم وتمامی مسأله را با روش سیگنال کوچک تجزیه تحلیل میکنیم.

«قدم اول» برای تمام مقادیر t، $v_s(t)=0$ است. منبع ولتاژ نابسته v_s درشکل (١-٤) یک مدار اتصال کوتاه میشود. KVL میدهد :

$$E-R_s i=v \qquad (٤-٤)$$

دیود تونلی با مشخصه‌اش مطابق شکل (٢-٤) توصیف میشود . دو معادلهٔ (٢-٤) و (٤-٤)دارای دومجهول v و i میباشد. مسأله را به روش ترسیمی حل میکنیم. درشکل (٢-٤) خط مستقیمی که با D نامگذاری شده ، مکان کلیهٔ نقاط $(v\ ,\ i)$ است که در معادله (٤-٤) صدق میکند. بطریق مشابه ، مشخصهٔ دیود تونلی مکان کلیهٔ نقاط $(v\ ,\ i)$ است که درمعادله (٢-٤) صدق میکند. بنابراین هرنقطه $(v\ ,\ i)$ که هم روی خط D و هم روی مشخصه دیود تونلی قراردارد ، دارای مختصات $(v\ ,\ i)$ است که درمعادلات (٢-٤) و (٤-٤) صدق میکند. بنابراین هرنقطه تقاطع خط D و مشخصهٔدیود تونلی ، یک‌جواب‌دستگاه توصیف شده بامعادلات (٢-٤) و (٤-٤) رامیدهد. درموقعیت کنونی ، چنانکه درشکل (٢-٤) نشان داده شده است‌فقط یک جواب$(V_0\ ,\ I_0)$ وجود دارد. بنابراین $(V_0\ ,\ I_0)$ درمعادلات (٢-٤) و (٤-٤) صادق است یعنی:

$$E-R_sI_o=V_o \qquad (\text{الف } ٤-٥)$$

و :

$$I_o=g(V_o) \qquad (\text{ب } ٤-٥)$$

$(V_o\ ,\ I_o)$ «نقطه کار[1]» نامیده میشود. اکنون به حل کامل مسأله می‌پردازیم.

«قدم دوم» ولتاژ v_s متحد با صفر نیست. معادلاتیکه این وضع را توصیف میکنند عبارتند از :

برای تمام مقادیر t
$$E+v_s(t)-R_si(t)=v(t) \qquad (\text{الف } ٤-٦)$$

و

برای تمام مقادیر t
$$i(t)=g[v(t)] \qquad (\text{ب } ٤-٦)$$

برای هرمقدار t ، مکان تمام نقاط $(v(t)\ ,\ i(t))$ که در معادله (٦-٤ الف) صدق میکند خط مستقیمی موازی خط D در صفحهٔ vi شکل (٢-٤) است. اگر $v_s(t)>o$ باشد این خط بالای D و اگر $v_s(t)<o$ باشد پائین D است. مکان کلیه نقاط $(v(t)\ ,\ i(t))$ که در معادله (٦-٤ ب) صدق میکنند مشخصه دیود تونلی است که برحسب زمان ثابت باقی میماند. بنابراین هرنقطه $(v(t)\ ,\ i(t))$ که هم روی خط مستقیم و هم روی مشخصه قرار دارد در (٦-٤ الف) و (٦-٤ ب) صدق میکند. بطور خلاصه، نقطه تقاطع جواب را مشخص میکند. بنابراین ، معادلات (٦-٤) را میتوان همواره بروش ترسیمی حل کرد.

ما فرض کرده‌ایم که برای تمام مقادیر t ، $E \gg |\ v_s(t)\ |$. روش تجزیه و تحلیل سیگنال کوچک که یک روش حل تقریبی است ، تا زمانی معتبر است که $|\ v_s(t)\ |$ کوچک باشد. قدم اول نوشتن جواب $(v(t)\ ،\ i(t))$ بصورت مجموع دو جمله است. بنابراین :

$$v(t)=V_o+v_1(t) \qquad (\text{الف } ٤-٧)$$

و :

$$i(t)=I_o+i_1(t) \qquad (\text{ب } ٤-٧)$$

توجه داشته باشید که $(V_o\ ,\ I_o)$ نقطه کار است یعنی جواب بازاء $v_s(t)=o$. چون $v_s(t)$ کوچک فرض شده است جواب $(v(t)\ ,\ i(t))$ در نزدیکی $(V_o\ ,\ I_o)$ قرار دارد

1- Operating Point

بنابراین $v_1(t)$ و $i_1(t)$ را میتوان بصورت یک انحراف[1] در جواب dc، $(V_\circ , I_\circ)$ درنظر گرفت. این انحراف از منبع سیگنال کوچک $v_s(t)$ ناشی میشود. حال $v_1(t)$ و $i_1(t)$ را برای تمام مقادیر t تعیین میکنیم. ابتدا مشخصه دیود تونلی $i=g(v)$ را درنظر بگیرید. بااستفاده ازمعادله (۷-٤ الف) و (ب) داریم:

$$I_\circ+i_1(t)=g[V_\circ+v_1(t)] \qquad (\text{٤}-\text{۸})$$

چون بنابه فرض $v_1(t)$ کوچک است میتوان طرف راست معادله (۸-٤) را باسری تیلور[2] بسط داد و فقط دو جملهٔ اول را بصورت یک تقریب درنظر گرفت. بنابراین:

$$I_\circ+i_1(t)\approx g(V_\circ)+\frac{dg}{dv}\bigg|_{V_\circ}v_1(t) \qquad (\text{٤}-\text{۹})$$

با جایگزینی (۵-٤ ب) در (۹-٤)، یک معادلهٔ ساده برای $i_1(t)$ و $v_1(t)$ بدست میآوریم بنابراین:

$$i_1(t)\approx\frac{dg}{dv}\bigg|_{V_\circ}v_1(t) \qquad (\text{٤}-\text{۱۰})$$

جملهٔ $\frac{dg}{dv}\Big|_{V_\circ}$ شیب منحنی مشخصه دیود تونلی در نقطه کار $(V_\circ , I_\circ)$ میباشد، همانطورکه درشکل (۲-٤) نشان داده شده است. گیریم که چنین نشان دهیم:

$$\frac{dg}{dv}\bigg|_{V_\circ}\triangleq G=\frac{1}{R} \qquad (\text{٤}-\text{۱۱})$$

و G «را رسانائی سیگنال کوچک دیود تونلی درنقطه کار $(V_\circ , I_\circ)$ بنامیم». توجه داشته باشید که G «منفی» است. بنابراین درمورد منبع سیگنال کوچک v_s دیود تونلی یک مقاومت خطی اکتیو[3] است چون تا آنجا که v_s مورد نظر است مشخصهٔ مقاومتی دیود تونلی دارای یک «مبداء» در $(V_\circ , I_\circ)$ است و مشخصه درحوالی $(V_\circ , I_\circ)$ مشخصه یک مقاومت خطی با مقاومت منفی است. بنابراین:

$$i_1(t)=Gv_1(t) \quad \text{یا} \quad v_1(t)=Ri_1(t) \qquad (\text{٤}-\text{۱۲})$$

۱- Perturbation

۲- Taylor

۳- Active

به منظور محاسبه $v_1(t)$ و $i_1(t)$ ، ابتدا باید به معادلهٔ اصلی KVL یعنی معادله (٦-٤ الف) ، بازگردیم و آنرا با معادلات (٧-٤ الف) و (٧-٤ ب) ترکیب کنیم دراین صورت بدست میاوریم.

$$E+v_s(t)-R_s[I_\circ+i_1(t)]=V_\circ+v_1(t) \qquad (٤-١٢)$$

بااستفاده از اطلاعات حاصل از (٥-٤ الف) که $I_\circ$ و $V_\circ$ را بهم مربوط میسازد معادله زیر که $i_1(t)$ و $v_1(t)$ را بهم ربط میدهد بدست میآید :

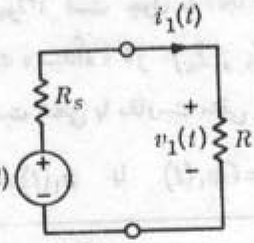
$$v_s(t)-R_s i_1(t)=v_1(t) \qquad (٤-١٤)$$

معادلات (١٢-٤) و (١٤-٤) یک دستگاه دو معادله «خطی» جبری با دو مجهول $v_1(t)$ و $i_1(t)$ تشکیل میدهند و بسادگی حل میگردند. چون G در (١٢-٤) یک مقدار ثابت است، (١٢-٤) معادله شاخهٔ یک مقاومت خطی تغییر ناپذیر با زمان (اکتیو) را توصیف میکند. معادله (١٤-٤) بسادگی معادله KVL را برای مدار نشان داده شده در شکل (٣-٤) نشان میدهد. این مدار «مدار معادل سیگنال کوچک» [در اطراف نقطه کار $(V_\circ\ ,\ I_\circ)$] مدار دیود تونلی شکل (١-٤) نامیده میشود. از (١٢-٤) و (١٤-٤) بسادگی جواب را محاسبه میکنیم.

$$i_1(t)=\frac{v_s(t)}{R_s+R} \qquad (٤-١٥)$$

و :

$$v_1(t)=Ri_1(t)=\frac{Rv_s(t)}{R_s+R} \qquad (٤-١٦)$$



شکل ٣-٤- مدار معادل سیگنال کوچک

در موقعیت کنونی $R=\frac{1}{G}$ و G منفی است. از اینرو باانتخاب مناسب R_s ، میتوان $v_1(t)$ رابسیار بزرگتراز $v_s(t)$ ساخت. درآنصورت‌ولتاژ متغیر $v_1(t)$ در دو سر دیود بسیار بزرگتر از ولتاژ وارد شده $v_s(t)$ است. چون جریانهای تغییر پذیر با زمان درمنبع ولتاژ v_s و مقاومت R یکسانند ، قدرت سیگنالی که به مقاومت داده شده تقویت گردیده است. درواقع مدار شکل(۱-۴) یک تقویت کننده دیود تونلی ساده است. منبع dc و مقاومت R_s که «مدار بایاس» را تشکیل میدهند نقطه‌کار (V_0 , I_0) را طبق معادلات (۵-۴ الف) و (۵-۴ ب) تعیین میکنند. شیب مشخصه دیود تونلی در نقطه‌کار یعنی رسانائی معادل سیگنال کوچکGومقدار R_sضریب‌تقویت تقویت کننده یعنی $\frac{R}{R+R_s}$ را تعیین میکنند.

البته تجزیه و تحلیل فوق ، چون ازکلیه عناصر پارازیتی (مانند خازن پارازیت) دیود تونلی صرفنظر گردید بسیارساده شده است. درهرحال،باین ترتیب چگونگی کاربرد قوانین اساسی در حل بعضی مسائل جالب تشریح میگردد.

۵ مدارهای با خازنها یا سلفها

اتصالهای سری وموازی‌تنها خازن‌هاو یا تنها سلف‌ها را میتوان بروشی مشابه‌اتصال مقاومتها بررسی کرد. برای سادگی ، این واقعیت را برای حالت خطی تغییر ناپذیر بازمان بررسی خواهیم کرد.

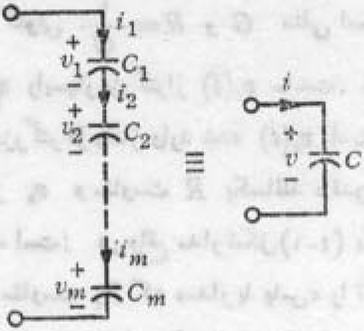
۱-۵- اتصال سری خازنها

اتصال سری خازنها را مطابق‌شکل (۱-۵)درنظر بگیرید. مشخص سازی شاخه‌ای خازنهای خطی تغییر ناپذیر با زمان عبارتست از :

$$v_k(t)=v_k(0)+\frac{1}{C_k}\int_0^t i_k(t')dt' \qquad (۵-۱)$$

با بکار بردن KCL در همه گره‌ها بدست میآوریم:

$$i_k(t)=i(t) \qquad k=1, 2, \ldots, m \qquad (۵-۲)$$



$$\frac{1}{C}=\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{C_k}$$

$$v(0)=\sum_{k=1}^{m} v_k(0)$$

شکل ۱-۵- اتصال سری خازنهای خطی

بااستفاده از KVL داریم :

$$v(t)=\sum_{k=1}^{m} v_k(t) \qquad (۵-۳)$$

در لحظه $t=0$:

$$v(0)=\sum_{k=1}^{m} v_k(0) \qquad (۵-۴)$$

با ترکیب معادلات (۵-۱) تا (۵-۴) بدست میآوریم :

$$v(t)=v(0)+\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{C_k}\int_0^t i(t')dt' \qquad (۵-۵)$$

بنابراین خازن معادل بصورت زیر داده میشود :

$$\frac{1}{C}=\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{C_k} \qquad (۵-۶)$$

بنابراین بیان میکنیم که «اتصال سری m خازن خطی تغییر ناپذیر با زمان هریک با ظرفیت C_k و ولتاژ اولیه $v_k(0)$، معادل با یک خازن‌خطی تغییر ناپذیر با زمان باظرفیت C است که درمعادله (۵-۶) داده شده و ولتاژ اولیه آن چنین است» :

$$v(o)=\sum_{k=1}^{m} v_k(o) \qquad (۵-۷)$$

اگر بجای ظرفیت، الاستانس[1] یعنی $S_k=\frac{1}{C_k}$ را بکار بریم ، دراینصورت معادلهٔ (۵-۶) چنین میشود :

$$\boxed{S=\sum_{k=1}^{m} S_k} \qquad (۵-۸)$$

این بدینمعنی است که الاستانس خازن خطی تغییر ناپذیر با زمان که معادل اتصال سری m خازن خطی تغییر ناپذیر با زمان با الاستانسهای S_k ، $k=۱ , ۲ , \ldots , m$ است برابر مجموع m الاستانس میباشد. بنابراین الاستانس برای خازن ، نقش مقاومت را برای یک مقاومت بازی میکند.

تمرین - انرژی کل ذخیره شده در خازنها را برای اتصال سری حساب کنید و آنرا با انرژی ذخیره شده در خازن معادل مقایسه کنید :

۵-۲ اتصال موازی خازنها

در مورد اتصال موازی m خازن باید فرض کنیم که همهٔ خازنها دارای ولتاژ اولیه یکسان میباشند. زیرا درغیر اینصورت KVL در لحظهٔ $t=o$ نقض میشود. بسادگی میتوان نشان داد که در مورد اتصال موازی m خازن خطی تغییر ناپذیر با زمان با ولتاژ اولیه یکسان $v_k(o)$ ، خازن معادل برابر است با :

$$\boxed{C=\sum_{k=1}^{m} C_k} \qquad (۵-۹)$$

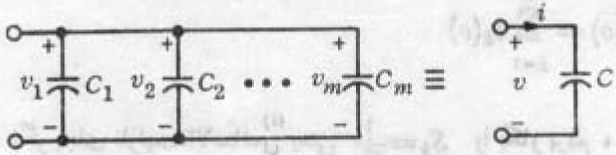
و :

$$v(o)=v_k(o) \qquad (۵-۱۰)$$

این مطلب درشکل (۵-۲) نشان داده شده است.

مثال - فرض کنید اتصال موازی دوخازن خطی تغییر ناپذیر با زمان را با ولتاژهای

۱- Elastance



$$C=\sum_{k=1}^{m} C_k$$

$$v(o)=v_k(o)$$

$$k=1,2,\cdots,m$$

شکل ۲-۵- اتصال موازی خازنهای خطی

متفاوت درنظر میگیریم. در شکل (۳-۵) خازن ۱ دارای ظرفیت C_1 و ولتاژ V_1 و خازن ۲ دارای ظرفیت C_2 و ولتاژ V_2 است. در لحظه $t=o$ کلید بسته میشود بطوریکه دوخازن بطورموازی بهم وصل میشوند. بلافاصله پس از بستن کلید، درمورد ولتاژ دوسراتصال موازی چه میتوان گفت ؟

ابتدا از (۹-۵) میدانیم که اتصال موازی دارای یک ظرفیت معادل میباشد.

$$C=C_1+C_2 \qquad (5-11)$$

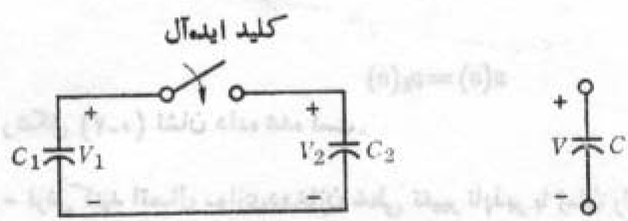
در لحظه $t=o-$ (بلافاصله پیش از بسته شدن کلید) بار ذخیره شده در دو خازن عبارتست از :

$$Q(o-)=Q_1(o-)+Q_2(o-) \qquad (5-12)$$

$$=C_1V_1+C_2V_2$$

چون اصل بقاء بار الکتریکی یک اصل اساسی فیزیکی است. پس در لحظه $t=o+$ (بلافاصله پس از بسته شدن کلید) داریم :

$$Q(o+)=Q\,(o-) \qquad (5-13)$$



شکل ۳-۵- اتصال موازی دو خازن باولتاژهای متفاوت

ازروابط (۱۱-۵) تا (۱۳-۵) میتوان ولتاژ جدید دو سر اتصال موازی خازنها را پیدا کرد. گیریم ولتاژ جدید V باشد ، پس :

$$CV = C_1V_1 + C_2V_2$$

یا :

$$\boxed{V = \frac{C_1V_1 + C_2V_2}{C_1 + C_2}} \qquad (5-14)$$

از نظر فیزیکی این پدیده رامیتوان چنین تشریح کرد: فرض کنید که V_1 بزرگتر از V_2 و C_1 برابر C_2 باشد، بنابراین در لحظهٔ $t=0-$ بار $Q_1(0-)$ بزرگتر از $Q_2(0-)$ است. در $t=0$ ، لحظه‌ایکه کلید بسته میشود ، آناً مقداری بار از خازن اول به خازن دوم میرود این مطلب بیان میدارد که در $t=0$ یک ضربه جریان از خازن ۱ به خازن ۲ جاری میشود. در نتیجه در $t=0+$ ولتاژ دوسر دو خازن یکسان شده به مقدارمتوسط V که اصل بقاء بار ایجاب میکند میرسد.

این پدیده مشابه برخورد دوذرهٔ باجرمهای متفاوت m_1 و m_2 و به ترتیب باسرعتهای v_1 و v_2 میباشد. پیش‌از برخورد ، مقدار حرکت[1] $m_1v_1 + m_2v_2$ است و پس‌از برخورد،مقدار حرکت $(m_1 + m_2)v$ است. بنابه اصل بقای مقدار حرکت ، سرعت v پس‌از برخورد بشکل زیر داده میشود.

$$v = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

این معادله نظیر معادلهٔ (۱۴-۵) است.

تمرین انرژی کل ذخیره شده در خازنها را پیش‌از بسته شدن کلید و پس‌ازبسته شدن کلید حساب کنید. اگر مقادیر دو انرژی یکی نیستند تفاوت انرژی کجا رفته است؟ این سئوال پس‌از مطالعهٔ فصل ٤ روشن خواهد شد.

۳-۵ اتصال سری سلف‌ها

اتصال سری m سلف خطی تغییر ناپذیر با زمان در شکل (٤-۵) نشان داده شده

---

۱ - Momentum

است. گیریم سلف‌ها بصورت زیر مشخص شده باشند :

$$v_k = L_k \frac{d}{dt} i_k \qquad k = ۱, ۲, \ldots, m \tag{۵—۱۵}$$

و گیریم جریان اولیه $i_k(o)$ باشد. بااستفاده از KCL در تمام گره‌ها داریم :

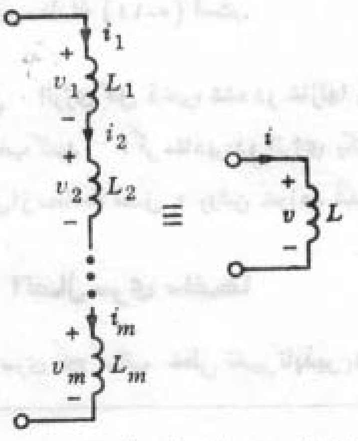
$$i = i_k \qquad k = ۱, ۲, \ldots, m \tag{۵—۱۶}$$

بنابراین در $t=o$ ، $i(o)=i_k(o)$ ، $k=۱, ۲, \ldots, m$ ، یعنی KCL لازم میدارد که در اتصال سری m سلف ، همهٔ مقادیر اولیهٔ جریانها در داخل سلف‌ها یکسان باشند. بااستفاده از KVL بدست میاوریم :

$$v = \sum_{k=۱}^{m} v_k \tag{۵—۱۷}$$

با ترکیب معادلات (۵-۱۵) تا (۵-۱۷) داریم :

$$\boxed{v = \sum_{k=۱}^{m} L_k \frac{di}{dt}} \tag{۵—۱۸}$$



$$L = \sum_{k=۱}^{m} L_k$$

$$i(o) = i_k(o)$$

$$k = ۱, ۲, \ldots, m$$

شکل ۴-۵- اتصال سری سلف‌های خطی

بنابراین اندوکتانس سلف معادل بصورت زیر داده میشود :

$$L = \sum_{k=1}^{m} L_k \qquad (۵-۱۹)$$

پس نتیجه میگیریم که «اتصال سری m سلف خطی تغییر ناپذیر با زمان ، هریک با اندوکتانس L_k و جریان اولیه $i(0)$ ، معادل یک سلف تنها با اندوکتانس $L = \sum_{k=1}^{m} L_k$، با همان‌جریان اولیه $i(0)$ است» .

۵-٤ اتصال موازی سلف‌ها

بروش مشابهی میتوان‌اتصال موازی سلف های خطی تغییر ناپذیر بازمان نشان داده شده در شکل (۵-۵) را پیدا کرد. نتیجه بسادگی با معادلات زیر بیان میشود.

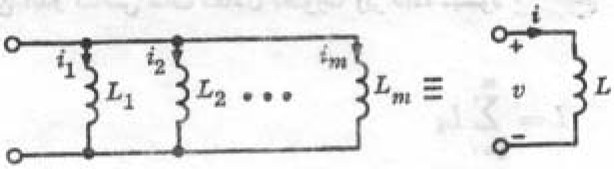
$$\frac{1}{L} = \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{L_k} \qquad (۵-۲۰)$$

و :

$$i(0) = \sum_{k=1}^{m} i_k(0) \qquad (۵-۲۱)$$

تبصره ۱- اگراندوکتانس معکوس $\Gamma_k \triangleq \frac{1}{L_k}$ ، $k = 1, 2, \ldots, m$ را تعریف کنیم رابطه (۵-۲۰) بیان میکند که اندوکتانس معکوس معادل Γ ، m سلف موازی خطی تغییر ناپذیر با زمان،هریک با اندوکتانس معکوس Γ_k ، برابر مجموع m اندوکتانس معکوس میباشد بنابراین :

$$\boxed{\Gamma = \sum_{k=1}^{m} \Gamma_k} \qquad (۵-۲۲)$$



$$\frac{1}{L}=\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{L_k}$$

شکل ۵-۵- اتصال موازی سلف‌ها

بنابراین اندوکتانس معکوس، همان نقش رسانائی برای یک مقاومت را ، برای یک سلف بازی میکند.

تبصره ۲- درمورد اتصال سلف‌ها،متناظر اصل بقاء بار ، اصل بقاء شار[1] میباشد برای سلف‌های خطی تغییر ناپذیر با زمان،شار کلی در m سلف عبارتست از :

$$\Phi=\sum_{k=1}^{m}L_kI_k \qquad (۵-۲۳)$$

که درآن L_k و I_k به ترتیب اندوکتانس و جریان لحظه‌ای سلف k ام میباشند.

خلاصه

- در اتصال سری عناصر ، جریان درداخل همهٔ عناصریکسان است. ولتاژدو سر اتصال سری برابر با مجموع ولتاژهای دو سر هریک از عناصر است.
- دراتصال موازی عناصر ، ولتاژ دو سرهمهٔ عناصر یکسان است. جریان داخل اتصال موازی برابر با مجموع جریانهای داخل هریک از عناصر است.
- جدول (۱-۲) فرمولهای اتصالات سری و موازی را برای مقاومتها ، خازنها و سلف‌های خطی خلاصه میکند.

۱- Flux

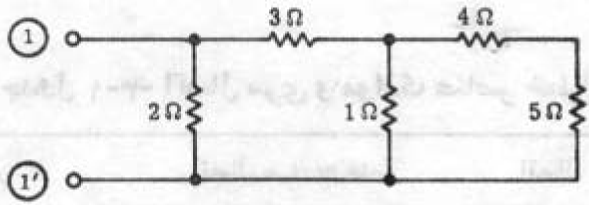
جدول ۱-۳- اتصال سری و موازی عناصر خطی

نوع عنصر	اتصال سری m عنصر	اتصال موازی m عنصر
مقامتها		
مقاومت $=R$	$R=\sum_{k=1}^{m} R_k$	$G=\sum_{k=1}^{m} G_k$
رسانائی $=G$		
خازنها		
ظرفیت $=C$	$S=\sum_{k=1}^{m} S_k$	$C=\sum_{k=1}^{m} C_k$
ظرفیت معکوس $=S$		
سلف‌ها		
اندوکتانس $=L$	$L=\sum_{k=1}^{m} L_k$	$\Gamma=\sum_{k=1}^{m} \Gamma_k$
اندوکتانس معکوس $=\Gamma$		

مسائل

۱- اتصال سری - موازی مقاومتهای خطی مدار نردبانی نشان‌داده شده در شکل (مسأله ۱-۳) شامل مقاومتهای خطی مشخص شده در شکل میباشد. مقاومت یک‌قطبی دیده شده در سرهای ❶ و ❶′ چقدر است؟

۲- تجزیه و تحلیل مدارهای خطی مقاومتی یک منبع ولتاژ ثابت ۱۰ ولت به یک قطبی‌شکل (مسأله ۱-۳) اعمال میشود کلیه جریانهای شاخه را تعیین کنید.



شکل (مسأله ۱-۳)

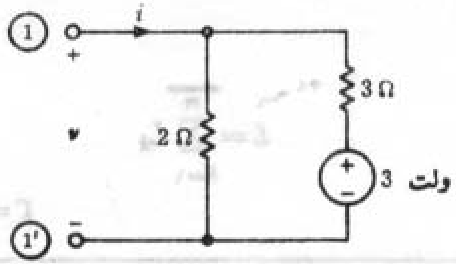
۳- مشخص سازی و مدارهای معادل یک قطبی‌های مقاومتی برای مدار نشان داده شده در شکل (مسأله ۳-۳) :

الف ـ مشخصهٔ یک قطبی ′①① ، یعنی معادله‌ایکه یک قطبی را برحسب ولتاژ قطب و جریان قطب توصیف میکند تعیین کنید.

ب ـ مشخصه را در صفحهٔ $v\,i$ رسم کنید.

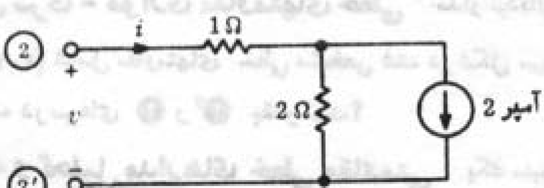
پ - مدار معادل تونن را رسم کنید.

ت ـ مدار معادل نرتن را رسم کنید.



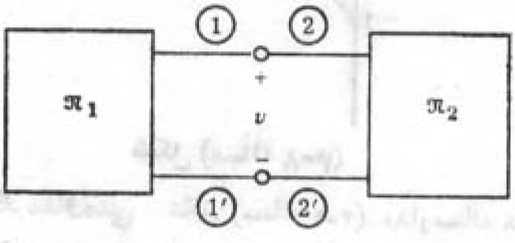
شکل (مسأله ۳-۳)

۴- یک قطبی مقاومتی برای مدار نشان داده شده در شکل (مسأله ۴-۳) قسمتهای (الف) ، (ب) ، (پ) و (ت) مسأله ۳ را تکرار کنید.



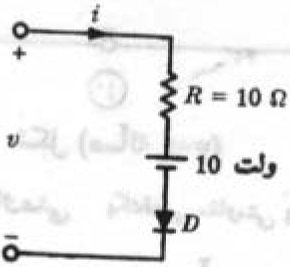
شکل (مسأله ۴-۳)

۵- حل مدار مقاومتی اگر دو یک قطبی درشکلهای (مسأله ۳-۳) و (مسأله ۴-۳) پشت به پشت ، هماطورکه درشکل (۵-۳) نشان داده شده ، بهم وصل شوند ولتاژ v حاصل چقدر است؟ اگر سر ′۲ به سر ۱ و سر ′۱ به سر ۲ وصل گردد، ولتاژ v چقدر است؟



شکل (مسأله ۵-۳)

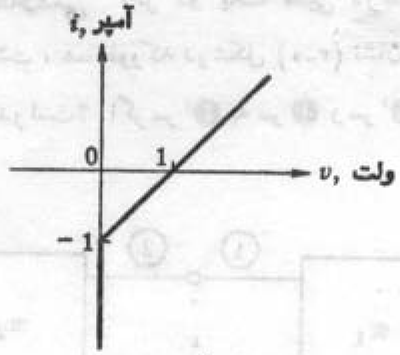
۶- مدار مقاومت منبع ، دیود مشخصه i v مدارنشان‌داده شده درشکل (مسأله ۶-۳) راکه درآن D یک دیود ایده‌آل است ، بطور ترسیمی و تحلیلی توصیف کنید.



شکل (مسأله ۶-۳)

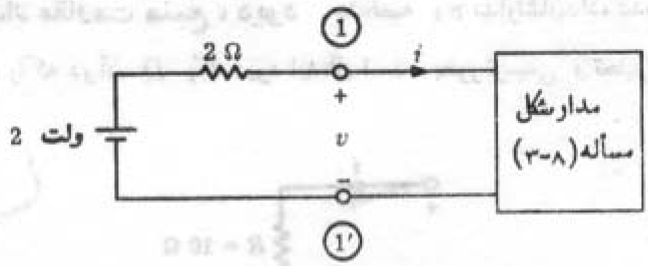
۷- مدار دیودی فرض کنید که اتصال دیود D در شکل (مسأله ۶-۳) معکوس شود. مشخصهٔ مدار جدید را بطور تحلیلی و ترسیمی توصیف کنید.

۸- ترکیب مدارهای مقاومتی مداری راکه از اتصال موازی یک‌مقاومت، یک دیود ایده‌آل و یک منبع جریان تشکیل شده و باید دارای مشخصهٔ i v نشان داده شده در شکل (مسأله ۸-۳) باشد پیدا کنید.



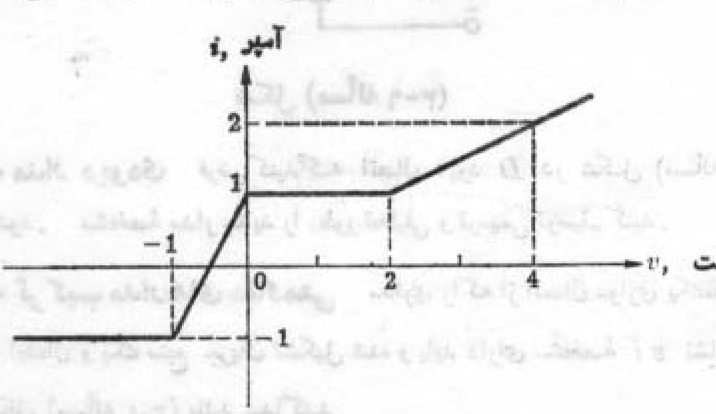
شکل (مسأله ۸-۳)

۹- حل مدار مقاومتی شکل (مسأله ۹-۳) ، مدار مسأله ۸ را نشان میدهد که به اتصال سری یک منبع ولتاژ ثابت ۲ ولتی و یک مقاومت ۲ اهمی وصل شده است جریان درون منبع ولتاژ و توان تحویل داده شده به مدار را تعیین کنید.



شکل (مسأله ۹-۳)

۱۰- ترکیب مدار مقاومتی یک‌قطبی مقاومتی با مقاومتهای خطی، دیودهای



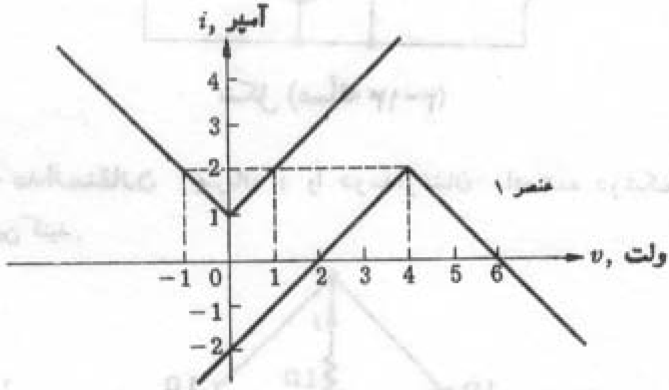
شکل (مسأله ۱۰-۳)

ایده‌آل و منابع تا بسته طوری طرح کنید که دارای مشخصهٔ vi نشان داده شده در شکل (مسأله ۱۰-۳) باشد.

۱۱- اتصال سری و موازی مقاومتهای غیر خطی فرض کنید که دو عنصر مقاومتی که مشخصهٔ vi آنها در شکل (مسأله ۱۱-۳) نشان داده شده است داده شده باشند.

الف ـ مشخصهٔ vi اتصال سری این دو عنصر را پیدا کنید.

ب ـ مشخصهٔ vi اتصال موازی این دو عنصر را پیدا کنید.



شکل (مسأله ۱۱-۳)

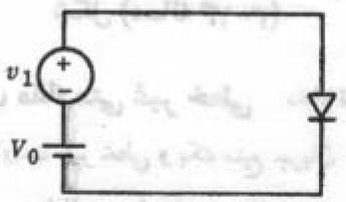
۱۲- مدارهای معادل سیگنال کوچک در مدار نشان داده شده در شکل (مسأله ۱۲-۳)، دیود ژرمانیوم دارای یک مشخصهٔ vi بصورت زیر است:

$$i=I_s(e^{qv/kT}-۱) \qquad I_s=۰٫۰۰۵\ mA \quad و \quad kT/q\approx ۰/۰۲۶ \text{ ولت}$$

منبع سیگنال v_1 یک سینوسوئید است

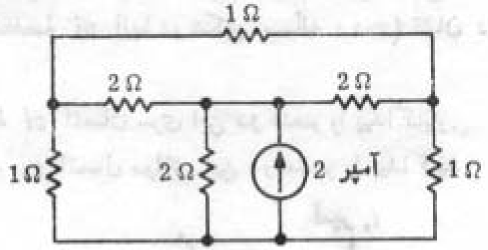
$$v_1=۱۰^{-۳}\sin ۲\pi ۶۰ t \quad \text{ولت}$$

مدارهای معادل سیگنال کوچک را بترتیب برای ولتاژهای بایاس $V_0=$ ۰٫۱ , ۰ , ۰٫۱— ولت تعیین کنید.



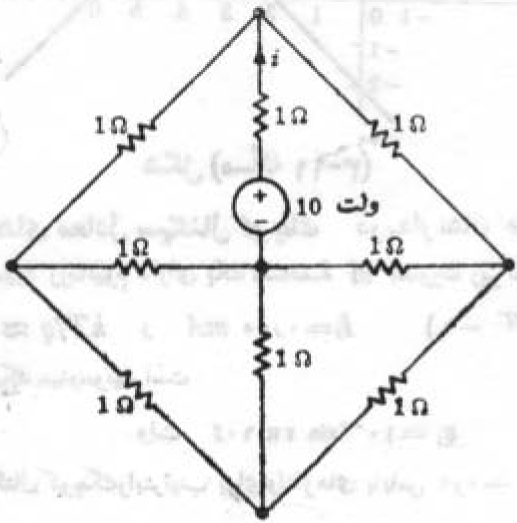
شکل (مسأله ۱۲-۳)

۱۳- مدار متقارن برای مدار نشان‌داده شده در شکل (مسأله ۱۳-۳) جریانها را در همهٔ مقاومتها تعیین کنید. (راهنمائی: آیا میتوانید حل این مدار را با استفاده از تقارن پیدا کنید؟)



شکل (مسأله ۱۳-۳)

۱٤- مدارمتقارن جریان i را در مدار نشان داده شده در شکل (مسأله ۱٤-۳) تعیین کنید.



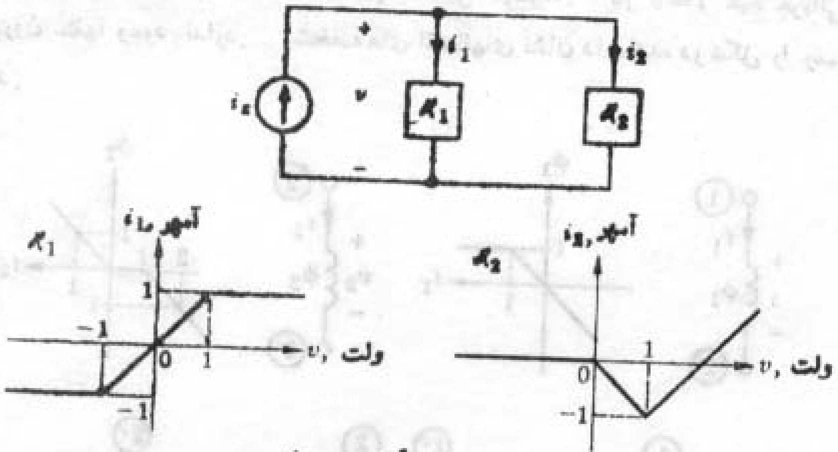
شکل (مسأله ۱۴-۳)

۱۵- حل مدارهای مقاومتی غیر خطی مدار نشان داده شده در شکل (مسأله ۱۰-۳) شامل دو مقاومت غیر خطی و یک منبع جریان است مشخصهٔ دو مقاومت در شکل نشان داده شده‌اند. ولتاژ v را برای جریانهای زیر تعیین کنید.

الف ـ آمپر $i_s = 1$

ب ـ آمپر $i_s = 10$

پ ـ آمپر $i_s = 2\cos t$



شکل (مسأله ۱۵-۳)

۱۶- حل مدار مقاومتی غیر خطی در مدار نشان داده شده در شکل (مسأله ۱۵-۳) منبع جریان i_s را با اتصال سری یک منبع ولتاژ v_s و یک مقاومت خطی با مقاومت ۲ اهم جانشین کنید. ولتاژ v را برای مقادیر زیر تعیین کنید.

الف ـ ولت $v_s = 1$

ب ـ ولت $v_s = 10$

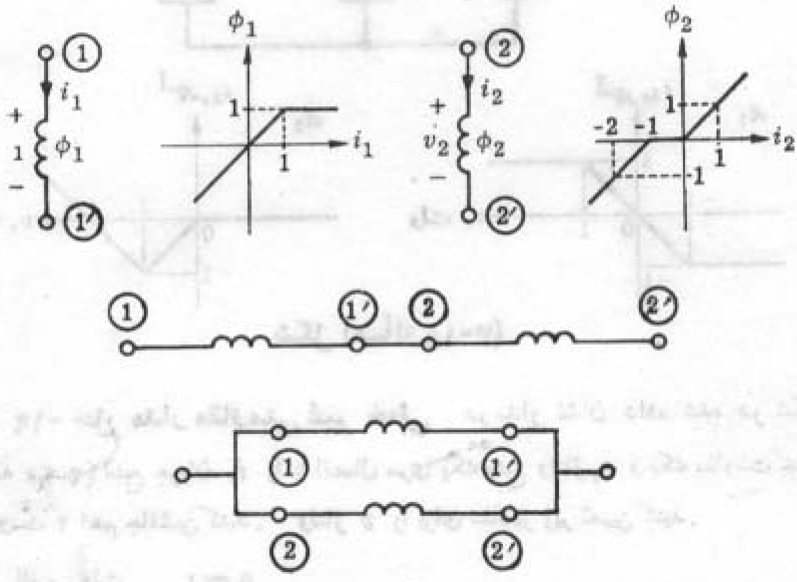
پ ـ ولت $v_s = 2\cos t$

۱۷- قطع و وصل در خازنها سه خازن مجزای خطی تغییر ناپذیر با زمان به ظرفیت‌های ۱، ۲و۳ فاراد و ولتاژهای اولیه بترتیب ۱، ۲و۳ ولت داده شده‌اند. سه خازن با کلید زنی لحظه‌ای، همزمان بطور موازی وصل میشوند. ولتاژ حاصل دو سر اتصال موازی چقدر است؟ انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازنها را قبل از اتصال و بعد از اتصال حساب کنید.

۱۸- قطع و وصل در سلف‌ها دو سلف خطی با اندوکتانس های ۱و۲ هانری و جریانهای بترتیب ۱و۲ آمپر بصورت یک اتصال سری درآورده میشوند. جریان حاصل

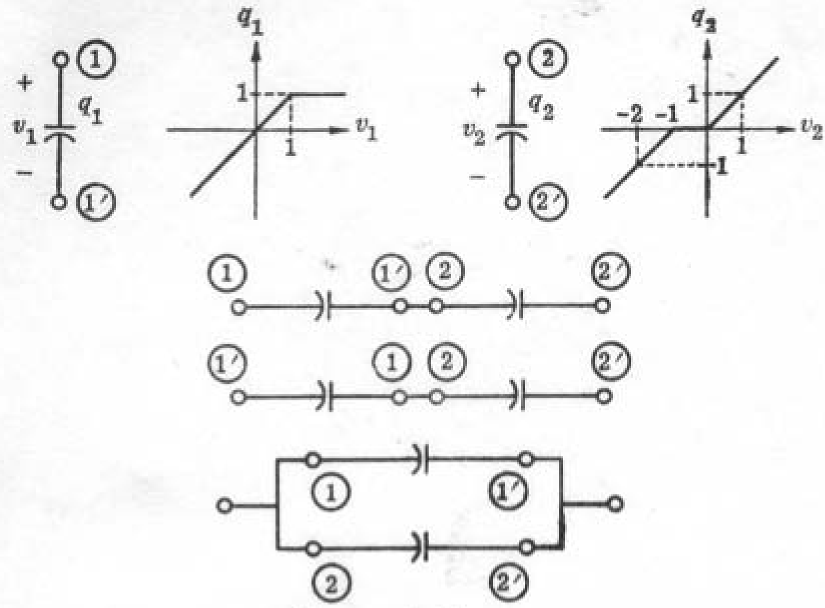
چقدر است ؟ انرژی مغناطیسی ذخیره شده در سلف‌ها را قبل از اتصال و بعد از اتصال حساب کنید.

۱۹- اتصال سلفهای غیر خطی مشخصه‌های دو سلف غیرخطی با منحنی‌های Φi متناظرشان طبق شکل (مسأله ۱۹-۳) مشخص میشوند. در $t=0$ هیچ جریانی در درون سلفها وجود ندارد. مشخصه های اتصالهای نشان داده شده در شکل را رسم کنید.



شکل (مسأله ۱۹-۳)

۲۰- اتصال خازنهای غیر خطی مشخصه‌های دوخازن غیر خطی با منحنی qv متناظرشان همانطورکه درشکل (مسأله ۲۰-۳) نشان داده شده مشخص میشوند. در $t=0$ بار روی هریک از خازنها صفر است. مشخصه‌های اتصالهای نشان داده شده در شکل را بکشید. انرژی ذخیره شده در هراتصال را وقتیکه ولتاژ دو سر اتصال ۱ — ، ۱ و ۲ ولت است تعیین کنید.



شکل (مسأله ۲۰-۳)

۳*

تقویت کننده‌های عملیاتی

مدارهای مجتمع یا تراشه‌های نیمه‌هادی انقلابی در طراحی مدارهـای دیـجیتال بـه وجـود آورده و کـامپیوترهای شخصی را به ما عرضه کرده‌اند. گرچه به طور عام دراین باره کمتر صحبت می‌شود، اما مدارهای مجتمع با فراهم آوردن بلوک‌های ساختمانی کوچک مشتمل بر تعداد زیادی مقاومتها و ترانـزیستورها، انـقلابی نـیز در طـراحـی مدارهای خطی ایجاد کرده‌اند.

شاید پرکاربردترین این ابزارها، تقویت کننده‌های عملیاتی یا آپ‌امپ‌ها هستند. تقویت کننده‌های عملیاتی با مقاومت ورودی بالا و مقاومت خروجی پایین و بهرهٔ ولتاژ بزرگ مشخص می‌شوند. تقویت‌کننده‌های عملیاتی در سیستم‌های تقویت کنندهٔ صوتی به کار برده می‌شوند. همچنین آنـها در بسـیاری از کـاربردهای ابـزار دقـیق مـانند سنجه‌های چندکارهٔ دیجیتال (مولتی‌مترها) ظاهر می‌شوند که در آن ولتاژهای کوچک را تقویت می‌کنند.

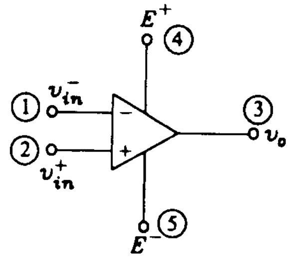
جزئیات تحلیل ولتاژها و جریانهای درونی تقویت‌کننده عملیاتی به ندرت مورد نیاز است و معمولاً فقط لازم است که مشخصه‌های سرهای آن در نظر گرفته شوند. با معرفی کردن یک عنصر مداری به نام **تقویت کنندهٔ عملیاتی ایده‌آل**، اغلب تحلیل را ساده‌تر می‌کنیم.

۱- مدل‌های آپ‌امپ

تقویت کننده‌های عملیاتی گرچه روزگاری از بهم پیوستن ترانزیستورها، خازنها و مقاومتهای جدا از هم (گسسته) ساخته می‌شدند، اما امروزه به وسیلهٔ مدارهای مجتمع بر روی یک قطعهٔ سیلیکون مربعی چند میلیمتری ساخته می‌شوند، که قیمت آن کمتر از یک دلار است. تقویت کنندهٔ عـملیاتی کـه بـه اختصار آن را آپ‌اَمپ (op-amp) می‌گویند در انواع مختلف بسته‌بندی‌ها در بـازار وجـود دارد. نـوع متداول آن، بسته‌بندی با ۸ سر یا بیشتر است که بعضی از این سرها ممکن است به هیچ محلی در درون آن متصل نباشند. در درس مدارهای الکتریکی مشخصه‌های بیرونی آپ‌اَمپ و رفتار آن در سرها مورد توجه قرار می‌گیرد. ساختمان درونی آپ‌امپ در درس الکترونیک مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

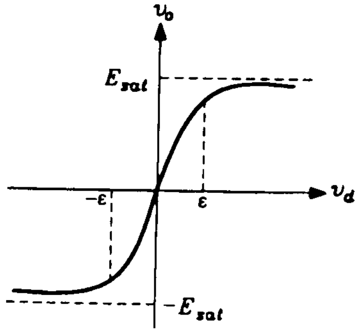
یک آپ امپ در ساده‌ترین حالت دارای ۵ سر است که در شکل (۱-۱) نشان داده شده‌انـد. از طریق سرهای ④ و ⑤ منابع تغذیهٔ لازم برای کارکرد مناسب آپ‌اَمپ اعمال می‌شود؛ یعنی منابع

E^+ و E^- که مقدار متداول آنها در حدود ۱۵+ ولت و ۱۵- ولت است، ($E^+ = ۱۵$ و $E^- = -۱۵$). سر ① را معکوس کنندهٔ علامت گویند و آن را با v_{in}^- نشان می‌دهند و هر سیگنالی که به این سر وصل شود، علامت آن معکوس می‌شود.



شکل ۱-۱ نماد یک آپ‌آمپ با منابع تغذیه و سرهای ورودی و خروجی.

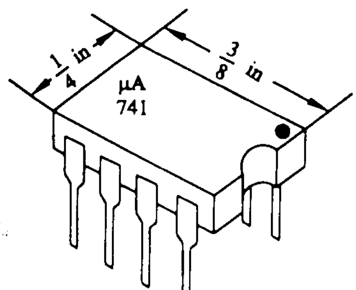
سر ② را سر غیرمعکوس کنندهٔ علامت گویند و آن را با v_{in}^+ نشان می‌دهند. سر ③، سر خروجی آپ امپ است و ولتاژ خروجی v_o تابعی از تفاضل v_{in}^+ و v_{in}^- است که آن را با سیگنال $v_d = v_{in}^+ - v_{in}^-$ نشان می‌دهند. ارتباط تابعی v_o با v_d یک ارتباط تابعی غیرخطی است و مقدار v_o برای مقادیر بزرگتر v_d که در حدود چند دهم میلی ولت می‌باشد به حد اشباع می‌رسد. ارتباط ولتاژ خروجی v_o برحسب ولتاژ ورودی v_d در شکل (۱-۲) نشان داده شده است.



شکل ۱-۲ ولتاژ خروجی مدار باز v_o برحسب تابعی از ولتاژ ورودی v_d.

منابع تغذیهٔ E^+ و E^- صرفاً برای بایاس کردن ترانزیستورهای درون آپ‌امپ به کار می‌روند و هنگامی که آپ‌امپ به طور مناسب بایاس شود و کار مورد نظر خود را انجام دهد، منابع تغذیه اثر خاصی روی نحوهٔ کارکردن و سیگنال خروجی نخواهند داشت. از این‌رو در مدارهای کاربردی معمولاً منابع تغذیه در شکل نشان داده نمی‌شوند.

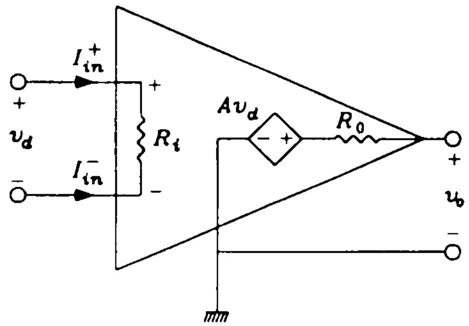
همان طوری که در شکل (۱-۲) نشان داده شده است، برای مقادیر کوچک v_d یعنی $-\varepsilon < v_d < \varepsilon$، ارتباط تابعی خروجی و ورودی یک ارتباط خطی است؛ یعنی $v_o = A\,v_d$، که در آن A (شیب مشخصه) در حدود $۱۰^۵$ یا بیشتر است. بنابراین برای آنکه v_o به حد اشباع نرسد، لازم است ε در حدود یک دهم میلی ولت یا کمتر باشد که به این ناحیه، ناحیهٔ عملکرد خطی آپ‌امپ گویند. در خارج این ناحیه آپ‌امپ رفتار غیرخطی دارد و برای مقادیر v_d بزرگتر از ε، خروجی آپ‌امپ به حد اشباع می‌رسد که مقدار این ولتاژ اشباع برابر ولتاژ منابع تغذیهٔ آن است.



شکل ۱-۳ شمای ظاهری یک بسته‌بندی آپ امپ.

شمای ظاهری یک آپ امپ μA ۷۴۱ در شکل (۱-۳) نشان داده شده است. برخی سرهای خروجی آن برای تنظیم عملکرد مدار داخلی آپ‌اَمپ به‌کار می‌رود که این سرها را با *offset null* نشان می‌دهند. بعضی دیگر از سرها به هیچ جایی در درون آپ امپ وصل نشده‌اند و آنها را با NC نمایش می‌دهند. از این سرها می‌توان به عنوان گره‌های اتصال برای وصل کردن دو عنصر استفاده کرد.

در ناحیهٔ خطی مشخصه‌های سرهای ورودی آپ امپ را با یک مقاومت ورودی R_{in} و مشخصهٔ سر خروجی را با یک منبع ولتاژ وابستهٔ $v_o = Av_d$ که به طور متوالی با یک مقاومت خروجی R_o قرار دارد، مطابق شکل (۱-۴) مدل‌سازی می‌کنیم. ولتاژ خروجی آپ‌اَمپ معمولاً نسبت به گره زمین سنجیده می‌شود. A بهرهٔ ولتاژ مدار باز و I_{in}^+ و I_{in}^- جریانهای ورودی در سرهای آپ امپ هستند.



شکل ۱-٤ مدل آپ‌اَمپ که مقاومت ورودی R_i و مقاومت خروجی R_o و بهرهٔ ولتاژ A و جریانهای ورودی I_{in}^+ و I_{in}^- را نشان می‌دهد.

در بیشتر تحلیل‌های مداری، مدل به مراتب ساده‌تری را از آپ‌اَمپ در نظر می‌گیریم. بهرهٔ ولتاژ مدار باز A معمولاً بسیار بزرگ است و توسط سازنده هم چندان کنترل نمی‌شود (در بعضی آپ‌اَمپ‌ها A از 10^5 بزرگتر است). بنابراین برای ساده‌کردن مدل، آن را به‌طور تقریبی برابر بی‌نهایت می‌گیریم؛ یعنی:

$$A = \infty$$

بهرهٔ بسیار بالای آپ امپ، پس‌خور منفی خروجی را لازم دارد. جزئی از ولتاژ خروجی v_o به ورودی آپ‌اَمپ پس‌خور می‌شود و از ولتاژ ورودی کم می‌کند تا ولتاژ v_d را تشکیل دهد. بهرهٔ بی‌نهایت A موجب می‌شود که ولتاژ خروجی v_o در حد مورد نظر قرار گیرد و از این رو:

$$v_d = \frac{v_o}{A} = 0$$

مقدار مقاومت ورودی برای یک آپ امپ در حدود ۲ مگا اهم است (در بعضی از آپ‌اَمپ‌ها به بزرگتر از 10^{12} اهم نیز می‌رسد). از این‌رو می‌توان فرض کرد که جریان ورودی آپ امپ یعنی I_{in} برابر صفر است؛ یعنی:

$$I_{in} = \frac{v_d}{R_{in}} = 0$$

فرض جریان ورودی صفر، معادل فرض مقاومت ورودی بی‌نهایت است، پس:

$$R_{in} = \infty$$

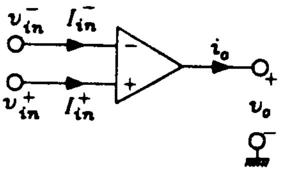
مقاومت خروجی کوچک R_o که در حدود ۱۰۰ اهم یا کمتر می‌باشد، اساساً به منظور محدود کردن جریان خروجی برای عملکرد خطی آن است. بنابراین فرض می‌کنیم که:

$$R_o = 0$$

برحسب مدل شکل (۱-۴) این تقریبها یک منبع ولتاژ کنترل شده با ولتاژ را با بهرهٔ بی‌نهایت و ولتاژ کنترل v_d به ما می‌دهد. این مدل را یک عنصر جدید مدار به نام آپ‌اَمپ ایده‌آل نامگذاری می‌کنیم.

۱-۱ تعریف آپ امپ ایده‌آل

آپ امپ ایده‌آل یک عنصر مداری است که در آن $v_d = v_{in}^+ - v_{in}^- = 0$ و جریانهای ورودی $I_{in}^+ = I_{in}^- = 0$، لیکن پس‌خور منفی موجب می‌شود که مقدار ولتاژ خروجی در حد مورد نظر قرار گیرد. نماد یک آپ‌اَمپ ایده‌آل در شکل (۱-۵) نشان داده شده است.



شکل ۱-۵ نماد یک آمپ امپ ایده‌آل.

تبصره ۱ وقتی KCL را به نماد یک آپ‌اَمپ ایده‌آل اعمال می‌کنیم، باید دقت و توجه کافی داشته باشیم؛ زیرا که جریان زمین i_g معمولاً در شکل نشان داده نمی‌شود. از این‌رو وقتی KCL را در یک سطح دربرگیرندهٔ سرهای آپ‌اَمپ اعمال می‌کنیم، ظاهراً با تناقضی روبرو می‌شویم؛ زیرا جریان‌های ورودی I_{in}^- و I_{in}^+ در حدود صفر هستند در حالی که جریان خروجی I_o در حدود صفر نمی‌باشد. بنابراین لازم است جریان زمین نیز در شکل نشان داده شود تا اعمال KCL با تناقضی همراه نباشد.

تبصره ۲ عملکرد ناحیهٔ خطی یک آپ‌اَمپ توسط ولتاژهای تغذیه و جریان خروجی آپ‌اَمپ محدود می‌شود. برای تحلیل در درون ناحیهٔ خطی، ما از مدل ایده‌آل آپ‌اَمپ استفاده می‌کنیم که یک منبع ولتاژ وابسته با بهرهٔ بی‌نهایت است و توسط ولتاژ $v_d = v_{in}^+ - v_{in}^-$ کنترل می‌شود. برای کاربردهای وسیع مداری در نظر گرفتن ناحیهٔ خطی کفایت می‌کند. بررسی خواص غیرخطی آپ‌اَمپ به یک درس پیشرفتهٔ دیگر مانند الکترونیک واگذار می‌شود.

تبصره ۳ ولتاژ خروجی v_o و جریان خروجی I_o یک آپ‌اَمپ باید در سه شرط زیر صدق کنند تا آپ‌اَمپ در ناحیهٔ خطی عمل کند:

$$|v_o| < E_{sat}$$

$$|I_o| < I_{sat}$$

$$\left|\frac{dv_o(t)}{dt}\right| < SR$$

ولتاژ اشباع E_{sat} و جریان اشباع I_{sat} و حد نرخ تغییرات (*Slew Rate*)، پارامترهای یک آپ‌امپ هستند. مثلاً در مورد آپ‌امپ μA ۷۴۱ که با ولتاژهای ۱۵+ و ۱۵- تغذیه می‌شود، داریم: $E_{sat} = 14\ V$ ،

$SR = ۵۰۰,۰۰۰$ V/sec و $I_{sat} = ۲mA$. این مشخصه‌ها نشان می‌دهند که آپ‌امپ نمی‌تواند ولتاژ خروجی دلخواه بزرگ یا جریان خروجی دلخواه بزرگ را تولید کند و یا نرخ تغییرات ولتاژ خروجی نمی‌تواند به طور دلخواه بسیار وسیع باشد.

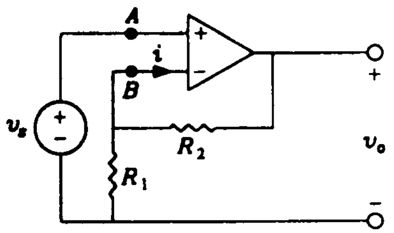
تبصره ٤ چون در مدل آپ‌اَمپ ایده‌آل $v_d = v_{in}^+ - v_{in}^- = ۰$ در نظر گرفته می‌شود، از این رو گویند سرهای ورودی آپ‌اَمپ اتصال کوتاه مجازی شده است. یعنی گرچه هیچ اتصالی میان سرهای v_{in}^- و v_{in}^+ وجود ندارد، ولی ولتاژ آنها مثل هم است و می‌توان چنین تصور کرد که این سرها با یک شاخه اتصال کوتاه شده‌اند.

۲- مدارهای آپ‌امپ

در این بخش مدل آپ‌اَمپ ایده‌آل را برای تحلیل بعضی مدارهای ساده ولی مهم که به عنوان قطعات ساختمانی اصلی در مدارهای بسیار پیچیده مورد استفاده قرار می‌گیرند، به کار می‌بریم.

مثال ۱ تقویت کنندهٔ غیر معکوس کنندهٔ علامت

تقویت کننده غیر معکوس کنندهٔ علامت، مداری است که در آن ولتاژ ورودی v_s در یک عدد مثبت ضرب می‌شود. این مدار از یک تقویت کنندهٔ عملیاتی به همراه پس‌خور مطابق شکل (۲-۱) استفاده می‌کند. ما مدل آپ‌اَمپ ایده‌آل را برای تعیین بهرهٔ ولتاژ مدار بستهٔ $\frac{v_o}{v_s}$ بکار می‌بریم. نقاط A و B که دو سر ورودی آپ‌اَمپ هستند هم پتانسیل می‌باشند، پس $v_B = v_s$ و چون جریان i ورودی آپ‌اَمپ صفر است، پس مقاومتهای $R_۲$ و $R_۱$ عملاً با هم سری هستند و می‌توان از ایدهٔ تقسیم کنندهٔ ولتاژ، ولتاژ دوسر مقاومت $R_۱$ را به صورت زیر نوشت:



شکل ۲-۱ تقویت کنندهٔ ولتاژ غیر معکوس کنندهٔ علامت.

$$v_{R_۱} = \frac{R_۱}{R_۱ + R_۲} v_o$$

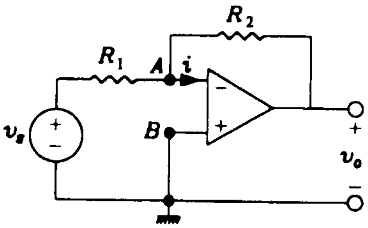
با توجه به اینکه $v_{R_۱} = v_B = v_s$ بهرهٔ ولتاژ را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_o}{v_s} = \frac{R_۱ + R_۲}{R_۱}$$

این بهرهٔ ولتاژ را بهرهٔ ولتاژ مدار بسته می‌گویند. چون نسبت $\frac{R_۱ + R_۲}{R_۱}$ برای مقادیر مثبت $R_۱$ و $R_۲$ همواره بزرگتر از یک است، پس این مدار مانند یک تقویت کننده‌ای عمل می‌کند که ولتاژ ورودی v_s را در یک عدد مثبت بزرگتر از یک ضرب می‌کند. تا وقتی که ولتاژ خروجی آپ‌اَمپ اشباع نشود، این مدار مانند یک تقویت کننده رفتار می‌کند.

مثال ۲ تقویت‌کنندهٔ معکوس‌کنندهٔ علامت

اکنون مداری را مورد تحلیل قرار می‌دهیم که سیگنال ورودی را در یک عدد منفی ضرب می‌کند. این مدار معکوس کنندهٔ علامت، یک قطعهٔ ساختمانی اصلی دیگری است که در مدارهای بسیار پیچیده مورد استفاده قرار می‌گیرد. این مدار در شکل (۲-۲) نشان داده شده است که در آن سر (-) در بالای شکل است. توجه کنید که ما پس‌خور را همیشه به سر معکوس‌کنندهٔ علامت یعنی (-) اعمال می‌کنیم. نقاط A و B هم پتانسیل هستند و چون گره B زمین شده است، پس $v_A = v_B = ۰$. چون جریان i ورودی به آپ‌امپ برابر صفر است، پس با اعمال KCL در گره A به دست می‌آوریم:



شکل ۲-۲ تقویت‌کنندهٔ ولتاژ معکوس‌کنندهٔ علامت.

$$\frac{v_s - v_A}{R_۱} + \frac{v_o - v_A}{R_۲} = ۰$$

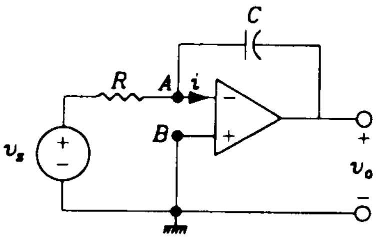
با قرار دادن $v_A = ۰$ به دست می‌آوریم:

$$v_o = -\frac{R_۲}{R_۱} v_s$$

توجه کنید که علامت ولتاژ خروجی v_o مخالف علامت ولتاژ ورودی v_s است. به همین دلیل است که به این مدار، تقویت‌کنندهٔ معکوس کنندهٔ علامت می‌گویند. در واقع این مدار وقتی تقویت‌کننده است که $R_۲ > R_۱$ باشد. همچنین لازم است که ولتاژ خروجی آپ‌امپ اشباع نشود تا مدار مانند یک تقویت‌کننده عمل کند.

مثال ۳ مدار انتگرال‌گیر

مدارهای با تقویت‌کنندهٔ عملیاتی، نه تنها عملیات جبری مانند ضرب کردن در یک ثابت مثبت یا منفی را انجام می‌دهند (مثالهای ۱ و ۲)، بلکه انتگرال‌گیری را نیز انجام می‌دهند. شکل (۲-۳)، مداری را نشان می‌دهد که ولتاژ خروجی آن انتگرال ولتاژ ورودی آن است. این مدار انتگرال‌گیر به عنوان یکی از قطعات بسیاری از ابزارهای الکترونیکی مورد استفاده قرار می‌گیرد.



شکل ۲-۳ یک مدار انتگرال‌گیر.

نقاط A و B هم پتانسیل‌اند و چون نقطهٔ B زمین شده است، پس $v_A = v_B = ۰$. چون جریان i ورودی به آپ‌امپ صفر است، با اعمال KCL در گره A به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_s - v_A}{R} + C\frac{d}{dt}(v_o - v_A) = 0$$

با قرار دادن $v_A = 0$ ، به دست می‌آید:

$$C\frac{dv_o}{dt} = -\frac{1}{R}v_s$$

و با انتگرال‌گیری از این معادله داریم:

$$v_o = -\frac{1}{RC}\int_{-\infty}^{t} v_s\, dt$$

ملاحظه می‌شود که در این مدار ولتاژ خروجی v_o مساوی $\left(-\frac{1}{RC}\right)$ برابر انتگرال ولتاژ ورودی v_s است.

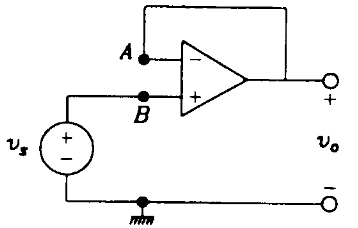
تبصره اگر جای خازن C و مقاومت R را با هم عوض می‌کردیم، با تحلیل مشابه مثال ۳ به دست می‌آوریم:

$$v_o = -RC\frac{dv_s}{dt}$$

یعنی مدار مانند یک مشتق‌گیر عمل می‌کند. در عمل چون مشتق‌گیر الکترونیکی نسبت به نویز بسیار حساس است، از این رو از چنین کاربردی حتی‌المقدور خودداری می‌شود.

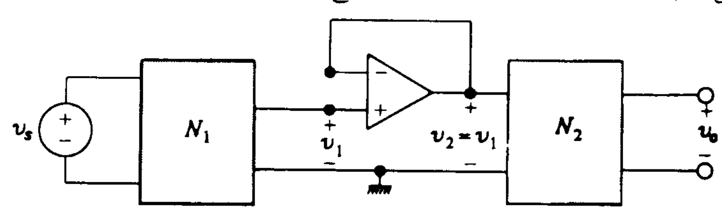
مثال ٤ تعقیب‌کنندهٔ ولتاژ

ساده‌ترین مدار تقویت کنندهٔ عملیاتی، مدار تعقیب کنندهٔ ولتاژ نشان داده شده در شکل (۲-۴) است. بدیهی است که ولتاژ خروجی این مدار برابر همان ولتاژ ورودی v_s است.



شکل ۲-٤ مدار تعقیب کنندهٔ ولتاژ.

مزیت اصلی مدار تعقیب‌کنندهٔ ولتاژ آن است که هر بارِ دلخواهی در سرهای خروجی وصل کنیم، ولتاژ v_o را نمی‌تواند تغییر دهد. شکل موج ولتاژ v_o فقط شکل موج ولتاژ ورودی را تعقیب می‌کند. این مدار را گاهی تقویت کنندهٔ ایزوله کننده نیز گویند و برای جلوگیری از اثر بار شدگی یک مدار به وسیلهٔ مدار دیگر مورد استفاده قرار می‌گیرد. این مطلب در شکل (۲-۵) نشان داده شده است که در آن ولتاژ خروجی مدار N_1 وقتی که با یک مدار دلخواه N_2 بار شود، هیچ گونه تغییری نمی‌کند و گویند مدار تعقیب کنندهٔ

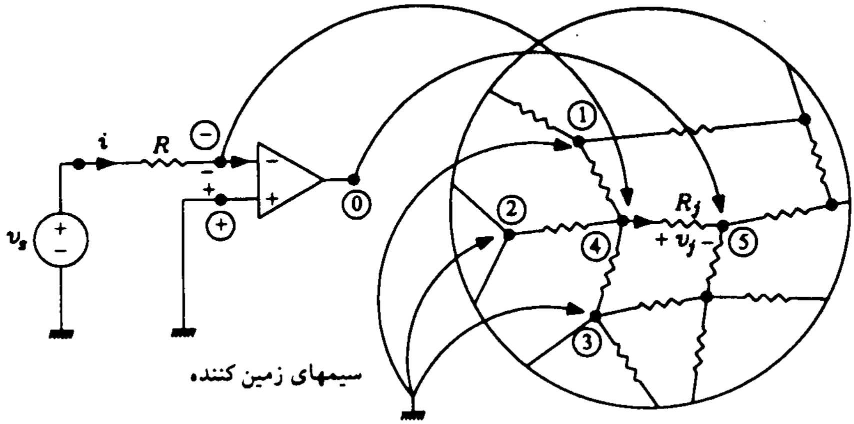


شکل ۲-۵ ایزوله کردن دو مدار N_1 و N_2 توسط مدار تعقیب کنندهٔ ولتاژ.

ولتاژ، دو مدار N_1 و N_2 را از هم ایزوله کرده است که موجب می‌شود N_1 و N_2 جداگانه تحلیل یا طراحی شوند.

مثال ۵ اندازه‌گیری مقاومت بدون بریدن سیمها

فرض کنید مدار مقاومتی خطی قرارگرفته در درون دایرهٔ شکل (۲-۶)، قسمتی از یک مدار را نشان دهد که می‌خواهیم مقدار هر یک از مقاومتها را بدون بریدن سیمهای آن اندازه‌گیری کنیم. این مسأله وقتی پیش می‌آید که مداری به خاطر یک مقاومت معیوب از کار می‌افتد و ما می‌خواهیم مقاومت معیوب را با مقایسهٔ مقدار آن با مقدار نامی شناسایی کنیم.



شکل ۲-۶ یک آشکارساز خطای آپ‌امپی.

برای نشان دادن این که چگونه این مدار کار می‌کند، فرض کنید بخواهیم مقدار مقاومت R_j را بدون بریدن سیمهای دوسر آن اندازه‌گیری کنیم. یکی از سرهای مقاومت R_j را به سر معکوس کنندهٔ آپ‌امپ وصل کنید (در شکل (۲-۶) گره ④ به سر (-) آپ‌امپ وصل شده است). سپس سر دوم این مقاومت را به سر خروجی آپ‌امپ وصل کنید (گره ⑤ در شکل (۲-۶) به سر خروجی آپ امپ وصل شده است). با توجه به هم پتانسیل بودن سرهای ورودی آپ‌امپ، پتانسیل گره ④ برابر صفر است و برای آنکه جریان وارد شونده به این گره تماماً از مقاومت R_j عبور کند، لازم است به جز گره ⑤ ، تمام گره‌های دیگر وصل شده به گره ④ دارای پتانسیل صفر باشند. از این رو با سیمهای زمین کننده، گره‌های انتهایی کلیهٔ مقاومتهای وصل شده به گره ④ را، به استثنای گره ⑤، به گره زمین وصل می‌کنیم. به این ترتیب مقاومت R_j در مسیر پس‌خور آپ‌امپ قرار می‌گیرد و تمام جریان i که از مقاومت R می‌گذرد، از مقاومت R_j عبور می‌کند و داریم $i = \frac{v_s}{R}$ و $v_j = R_j i = \frac{R_j}{R} v_s$. چون ولتاژ v_j بدون بریدن سیمها قابل اندازه‌گیری است، پس $R_j = R \frac{v_j}{v_s}$ و به این ترتیب مقدار مقاومت R_j را بدون بریدن سیمهای آن تعیین کردیم.

۳- تحلیل گره در مدارهای با آپ امپ ایده‌آل

می‌توان تحلیل گره را به راحتی در مدارهای شامل آپ‌امپ ایده‌آل به کار گرفت. در اعمال این تحلیل به نکات زیر باید توجه کرد:

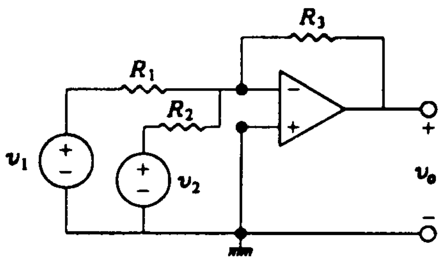
۱- جریان وارد شونده به هر سر ورودی آپ‌امپ ایده‌آل برابر صفر است.

۲- اختلاف پتانسیل میان سرهای ورودی آپ‌امپ ایده‌آل برابر صفر است.

۳- جریان خروجی آپ‌امپ برابر صفر نمی‌باشد. این جریان در معادلهٔ KCL نوشته شده در گره خروجی به کار می‌رود. اعمال KCL در گره خروجی، یک مجهول اضافی به نام جریان خروجی را به معادلات گره اضافه می‌کند. بنابراین اگر هدف، تعیین جریان خروجی آپ‌امپ نباشد، لزومی ندارد که KCL را در گره خروجی آپ‌امپ بنویسیم.

مثال ۷ مقدار ولتاژ خروجی v_o را در مدار شکل (۳-۱) تعیین کنید.

چون سرهای آپ‌امپ هم پتانسیل است و سر (+) آن زمین شده است، پس ولتاژ سر (-) آن نیز صفر است. با اعمال KCL در گره سر منفی آپ‌امپ و با صفر گرفتن جریان ورودی آپ‌امپ داریم:



شکل ۳-۱ (مثال ۷)

$$\frac{v_1 - 0}{R_1} + \frac{v_2 - 0}{R_2} + \frac{v_o - 0}{R_3} = 0$$

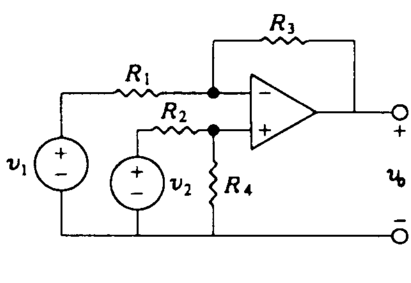
و یا:

$$v_o = -\frac{R_3}{R_1}v_1 - \frac{R_3}{R_2}v_2$$

به عبارت دیگر، این مدار ترکیب خطی دو ولتاژ v_1 و v_2 را با ضرایب دلخواه $\frac{R_3}{R_1}$ و $\frac{R_3}{R_2}$، که از طریق انتخاب مناسب مقادیر مقاومتها به دست می‌آیند، به وجود می‌آورد.

مثال ۸ مقدار ولتاژ خروجی v_o را در مدار شکل (۳-۲) تعیین کنید.

سرهای آپ‌امپ هم پتانسیل بوده و پتانسیل آنها را v فرض می‌کنیم. چون جریان ورودی آپ‌امپ صفر است با نوشتن معادلهٔ گره سر (+) به دست می‌آوریم:

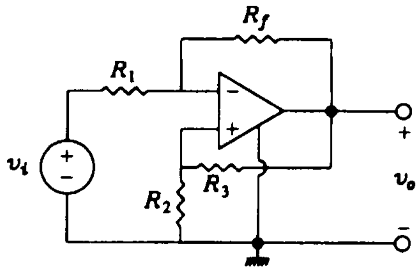


شکل ۳-۲ (مثال ۸)

ولتاژ v_o به دست آمده از اسپایس در شکل (۴-۱-پ) نشان داده شده است که با استفاده از PROBE برنامهٔ اسپایس به دست آمده است. بدیهی است محاسبهٔ این نتایج با دست بسیار وقتگیر خواهد بود.

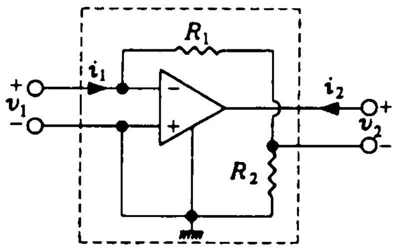
مسائل

۱- در مدار شکل (مسألهٔ *۳-۱) فرض کنید آپ‌امپ در ناحیهٔ خطی عمل می‌کند. بهرهٔ ولتاژ $\frac{v_o}{v_i}$ را به‌دست آورید. حدود تغییرات v_i برای آنکه عملکرد در ناحیهٔ خطی قرار گیرد، کدام است؟



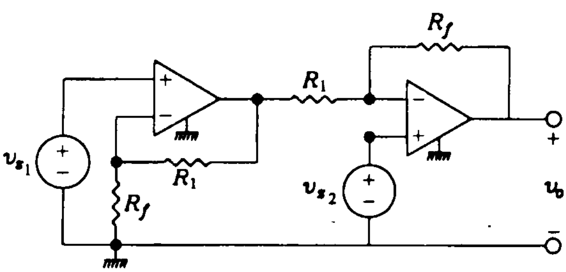
شکل (مسألهٔ *۳-۱)

۲- نشان دهید که مدار شکل (مسألهٔ *۳-۲) یک منبع جریان کنترل شده با جریان (CCCS) را تحقق می‌دهد.



شکل (مسألهٔ *۳-۲)

۳- در مدار شکل (مسألهٔ *۳-۳) با فرض این که هر دو آپ‌امپ یکسان بوده و در ناحیهٔ خطی عمل می‌کنند، v_o را برحسب v_{s1} و v_{s2} به‌دست آورید.



شکل (مسألهٔ *۳-۳)